

**ФУНКЦ БА ГРАФИК XII.2.3-I**

**1. Тооны логарифм ба логарифм функц**

$a > 0, a \neq 1$  үед  $a^m = b$  байх  $m$  тоог  $b$ -ийн  $a$  суурьтай логарифм гээд  $m = \log_a b$  гэж тэмдэглэдэг. ( $\log_a b$ -ийг “логарифм  $a$  суурьтай  $b$ ” гэж уншина) *Жишээ нь:*  $3^4 = 81 \Leftrightarrow \log_3 81 = 4$

Зэрэг ба логарифмын хамаарлыг илэрхийлсэн илэрхийллүүдийг гүйцээн бичээрэй.

1.	a) $2^3 = 8 \Leftrightarrow \log_2 \square = \square$	b) $5^2 = 25 \Leftrightarrow \log_5 25 = \dots$	c) $2^6 = 64 \Leftrightarrow$
2.	a) $3^{-2} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow$	b) $5^{-1} = \frac{\square}{\square} \Leftrightarrow$	c) $2^{-5} = \frac{\square}{\square} \Leftrightarrow$
3.	a) $4^{-3} = \frac{\square}{\square} \Leftrightarrow$	b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \square \Leftrightarrow$	c) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{\square}{\square} \Leftrightarrow \log_{\frac{\square}{\square}} \frac{\square}{\square} = -2$
4.	$7^0 = 1 \Leftrightarrow$	a) $5^1 = 5 \Leftrightarrow$	b) $e^1 = e \Leftrightarrow$

Логарифм илэрхийлэлтэй адилтгал тэнцүү зэрэг агуулсан илэрхийллийг гүйцээн бичээрэй.  
*Санамж:*  $\log_{10} b = \lg b$  (аравтын логарифм),  $\log_e b = \ln b$  (натурал логарифм,  $e \approx 2.7182\dots$ )

*Жишээ нь:*  $\lg 100 = 2, \lg 0.001 = \lg 10^{-3} = -3, \ln e = 1, \ln e^3 = 3$

5.	a) $\log_2 \frac{1}{4} = -2 \Leftrightarrow$	b) $\log_3 \frac{1}{3} = -1 \Leftrightarrow$	c) $\log_{\frac{1}{3}} 3 = -1 \Leftrightarrow$
6.	a) $\log_2 \frac{\square}{\square} = -2 \Leftrightarrow$	b) $\log_{\frac{1}{3}} 9 = -2 \Leftrightarrow$	c) $\log_{0.3} 0.09 = \square \Leftrightarrow$
7.	a) $\lg 10 =$	b) $\lg 0.0001 =$	c) $\ln \frac{1}{e} =$

Логарифмын утгыг олоорой. *Ж.нь:*  $\log_3 27 = 3, \log_2 \frac{1}{16} = -4, \log_{\frac{2}{3}} \frac{4}{9} = 2, \log_a a^n = n$

8.	$\log_4 64 =$	a) $\log_{\frac{1}{3}} 81 =$	b) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81} =$
9.	$\log_2 0.25 =$	c) $\log_2 0.25 = \log_2 \frac{\square}{\square} =$	d) $\log_{0.1} 100 =$
10.	$\log_6 6 =$	e) $\log_3 3^{1000} =$	f) $\log_2 \frac{1}{2^{100}} =$

Логарифмын утгыг олоорой. *Ж.нь:*  $\log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{2}, \log_{16} 2 = \frac{1}{4}, (16^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{16} = 2)$

11.	$\log_{16} 2 =$	a) $\log_9 3 =$	b) $\log_{\sqrt{3}} 9 =$
12.	$\log_5 \frac{1}{\sqrt{5}} =$	c) $\log_{0.2} \frac{1}{625} =$	d) $\log_{25} \frac{1}{\sqrt{5}} =$
13.	$\log_{100} 0.01 =$	e) $\log_{1000} 10 =$	f) $\log_{1000} 0.1 =$

Хялбар логарифм тэгшитгэлийг бодоорой. *Ж.нь:*  $\log_3 x = -4 \rightarrow x = 3^{-4} = \frac{1}{81}$

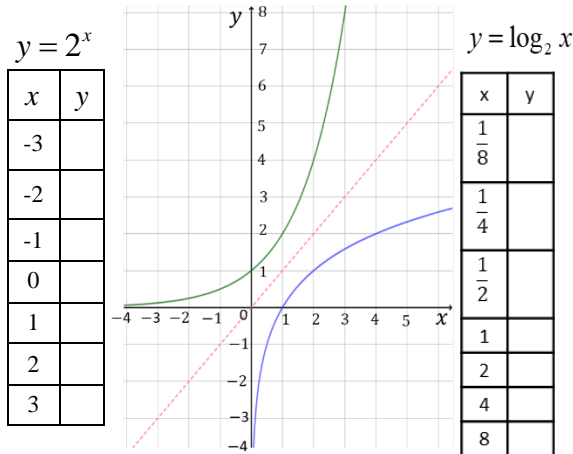
$\log_5 (x-5) = 4 \rightarrow x-5 = 5^4 = 625 \rightarrow x = 625+5 = 630$

14.	a) $\log_2 x = 8$	b) $\log_3 (2x-6) = 3$	c) $\log_{\frac{1}{3}} (2x+3) = -2$
15.	a) $\log_{0.5} (0.5x-4) = -2$	b) $\log_{0.1} (0.5x-0.9) =$	2c) $\log_{0.2} (2.5x+5) = -2$

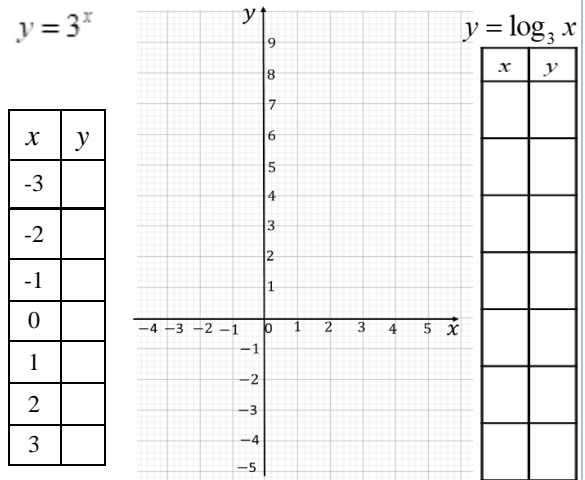
16.	a) $\lg x = -2$	b) $\lg(x-2) = -2$	c) $\ln e^x = 2$
<p>Логарифмын нийлбэр ялгаврыг олоорой.</p> <p>1*. <math>\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)</math>      2*. <math>\log_a b - \log_a c = \log_a \left(\frac{b}{c}\right)</math></p> <p><math>\log_2 8 + \log_2 4 = 3 + 2 = 5</math>      <math>\log_3 81 - \log_3 9 = 4 - 2 = 2</math></p> <p><math>\log_2 8 + \log_2 4 = \log_2 (8 \cdot 4) = \log_2 32 = 5</math>      <math>\log_3 81 - \log_3 9 = \log_3 (81 : 9) = \log_3 9 = 2</math></p>			
17.	a) $\log_5 10 + \log_5 1.6 =$	b) $\log_5 4 + \log_5 \frac{25}{4} =$	c) $\log_2 0.4 + \log_2 40 =$
18.	a) $\log_{0.2} 0.5 + \log_{0.2} 250 =$	b) $\log_4 32 - \log_4 8 =$	c) $\log_7 147 - \log_7 3 =$
19.	a) $\log_{\frac{1}{3}} 6 - \log_{\frac{1}{3}} 2 =$	b) $\log_{\sqrt{3}} 45 - \log_{\sqrt{3}} 15 =$	c) $\log_{\sqrt{2}} 56 - \log_{\sqrt{2}} 14 =$
20.	a) $\lg 5 + \lg 2 =$	b) $\lg 200 - \lg 2 =$	c) $\ln 2e - \ln 2 =$
<p>Дараах чанаруудыг ашиглан логарифмын утгыг олоорой.</p> <p>3*. <math>\log_a b^n = n \log_a b</math>      Мөрдлөгүүд:      Жишээ:</p> <p>4*. <math>\log_a a^n = n</math>      <math>a^{\log_a b} = b</math>      <math>\log_2 2^3 = 3</math> ба <math>\log_2 2^3 = 3 \log_2 2 = 3 \cdot 1 = 3</math></p> <p>5*. <math>\log_{a^n} a = \frac{1}{n}</math>      <math>a^{\log_b c} = c^{\log_b a}</math>      <math>\log_{2^{-3}} 8 = \log_{\frac{1}{8}} 8 = -1</math> ба</p> <p>6*. <math>\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}</math>      <math>\log_a b = \frac{1}{\log_b a}</math>      <math>\log_{2^{-3}} 8 = -\frac{1}{3} \log_2 8 = -\frac{1}{3} \cdot 3 = -1</math></p> <p>   <math>\log_a b \log_b a = 1</math>      <math>\log_3 16 = \frac{\log_2 16}{\log_2 3} = \frac{4}{\log_2 3} = 4 \log_3 2</math></p>			
21.	a) $81^{\log_9 \sqrt{7}} =$	b) $3^{\log_9 36} =$	
	c) $3^{2 \log_3 5} =$	d) $\log_2 81 \cdot \log_3 16 =$	
22.	a) $\frac{\log_{\frac{1}{2}} 2 \cdot \log_5 \frac{1}{25}}{9^{\log_3 2}} =$	b) $\frac{\log_2 \sqrt[3]{5}}{\log_2 5} - \log_{\frac{1}{4}} (\log_2 3 \cdot \log_3 4) =$	
23.	a) $4^{\log_4 9 - 0.25 \log_2 25} =$	b) $36^{\frac{1}{\log_6 8 + 2 \log_6 3}} =$	
24.	$3 \log_3 2 \cdot \log_{16} 625 \cdot \log_{25} 81 =$	a) $\log_5 7^4 \cdot \log_2 5 \cdot \log_{49} 4 =$	

Илтгэгч ба логарифм функцууд харилцан урвуу функцууд.  $f(x) = a^x \Leftrightarrow f^{-1}(x) = \log_a x$   
 Урвуу функцийн графикууд  $y = x$  шулууны хувьд тэгш хэмтэй байдаг.

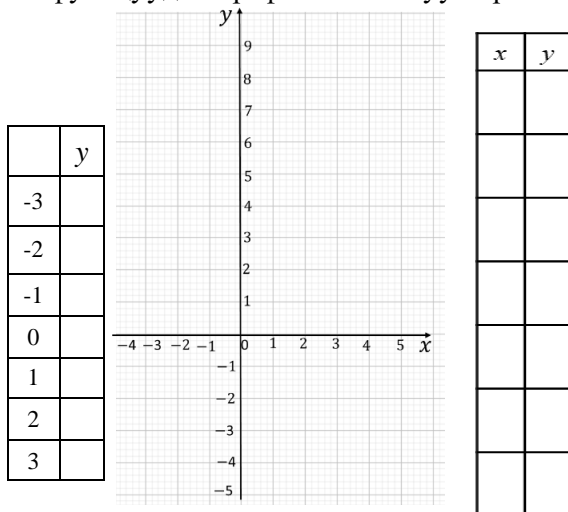
**25.**  $y = 2^x$  ба  $y = \log_2 x$  харилцан урвуу функцуудын графикийг ажиглаад, утгын хүснэгтийг нөхөж, график дээр тэмдэглээрэй.



**26.**  $y = 3^x$  ба  $y = \log_3 x$  харилцан урвуу функцуудын графикийг байгуулаарай.



**27.**  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  ба  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$  харилцан урвуу функцуудын графикийг байгуулаарай.



**28.**  $y = a^x$ ,  $y = \log_a x$  функцуудын чанарыг хүснэгтэд нөхөн бичиж, харьцуулаарай.

	Функц	Өсөх/буурах	Тод, муж	Дүр
$a > 1$ үед	$y = a^x$		$x \in (-\infty, \infty)$	$y \in (0, \infty)$
	$y = \log_a x$		$x \in (0, \infty)$	
$a < 1$ үед	$y = a^x$			
	$y = \log_a x$			

**29.** Жишээрэй.

- a)  $2^{100} < 2^{101}$
- b)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{100} > \left(\frac{1}{2}\right)^{101}$
- c)  $(0.5)^7 \dots (0.5)^{10}$
- d)  $(\sqrt{3})^9 \dots (\sqrt{3})^8$
- e)  $\log_2 5 \dots \log_2 5.1$
- f)  $\log_{0.3} 3 \dots \log_{0.3} 8$
- g)  $\log_{\frac{2}{3}} 1 \dots \log_{\frac{2}{3}} 2$
- h)  $\log_2 5 \dots 0$
- i)  $0 \dots \log_{\frac{2}{3}} 2$

$y = \log_a f(x)$  бол тодорхойлогдох муж нь  $f(x) > 0$  байх бүх  $x$ -ийн олонлог байна.

Ж.нь:  $y = \log_3(x+3)$  бол  $x+3 > 0 \rightarrow x > -3$  буюу  $x \in (-3, +\infty)$  байна.

**30.** Дараах функцуудын тодорхойлогдох мужийг олоорой.

a)  $y = \log_3(x-2)$

b)  $y = \log_{0.5}(5-x)$

c)  $y = \log_2(x^2 - 16)$

d)  $y = \lg(x^2 - 2x + 3)$

e)  $y = \log_5(4 - x^2)$

f)  $y = \lg(-x^2 + 7x - 12)$

**Үнэлгээ:**

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Σ	
Өөрийн үнэлгээ																																
Багшийн үнэлгээ																																

## 2. Рациональ функц

$P(x)$  ба  $Q(x)$  нь олон гишүүнт байх үед  $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$  хэлбэрийн

функцийг рациональ функц гэдэг. Жишээ нь:

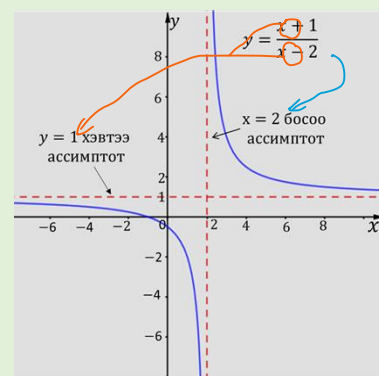
$$f(x) = \frac{2x+1}{x-2}, f(x) = \frac{1}{x^2-2}, f(x) = \frac{x^3+1}{x-1}, f(x) = x^2+2x-2$$

Хэрэв  $Q(x)$  олон гишүүнт  $x=a$  язгууртай бол  $x=a$  шулуун уг функцийн графикийн босоо ассимптот болно. (ассимптот гэдэг нь функцийн графиктай үл огтолцох, "шахагч" шулуун юм)

Хэрэв  $Q(x)$  ба  $P(x)$ -ийн зэрэг тэнцүү бол  $x = \frac{a}{b}$  шулуун уг функцийн

графикийн хэвтээ ассимптот болно. (энд  $a$  нь  $P(x)$ -ийн,  $b$ -нь  $Q(x)$ -ийн ахмад гишүүний коэффициент)

Харин хүртвэр ( $P(x)$ ) олон гишүүнтийн зэрэг хуваарь ( $Q(x)$ )-ийн зэргээс бага бол  $y=0$  шулуун буюу абсцисс тэнхлэг нь хэвтээ ассимптот болно.



Рациональ функцийн тодорхойлогдох мужийг олоорой. /Бутархайн хуваарь тэгээс ялгаатай/

1.	$f(x) = \frac{2x^2+3x-5}{x^2-1}$ $x^2-1 \neq 0$ $(x+1)(x-1) \neq 0$ $x \neq \pm 1$	a) $f(x) = \frac{2x^3+x-2}{x+1}$	b) $y = \frac{1}{4-x}$
2.	a) $f(x) = \frac{3x+1.5}{(x+1)(x-3)}$	b) $y = \frac{-2x+1}{x^2-2x-15}$	c) $y = \frac{5x-15}{x^2+3x-24}$

Функцийн графикийн босоо ба хэвтээ ассимптотыг олоорой.

3.	4. $f(x) = \frac{4x+1}{x-2}$ Босоо ассимптот: $x-2=0 \rightarrow x=2$ Хэвтээ ассимптот: $y=4$	a) $f(x) = \frac{3x-2}{2x+5}$	b) $f(x) = \frac{1}{x-5}$
5.	a) $f(x) = \frac{x+1}{-5x+3}$	b) $f(x) = \frac{x+5}{x}$	c) $f(x) = \frac{4x+5}{2x}$

Рациональ функцуудын нийлбэр, ялгаврыг олоорой.

6.	a) $\frac{3}{x-2} + \frac{1}{x+1} = \frac{\dots\dots\dots}{(x-2)(x+1)} =$	b) $\frac{-1}{x+3} - \frac{2}{x-4} =$
7.	a) $3 + \frac{1}{2x-4} =$	b) $\frac{x}{x^2-1} + \frac{1}{x-1} =$

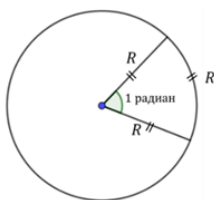
Үнэлгээ:

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	Σ
Өөрийн үнэлгээ								
Багшийн үнэлгээ								

### 3. Тоон аргументтай тригонометр функц

**Өнцгийн радиан хэмжээ:**

Тойргийн радиустай тэнцүү нумд тулсан өнцгийг нэг радиан өнцөг гэдэг.



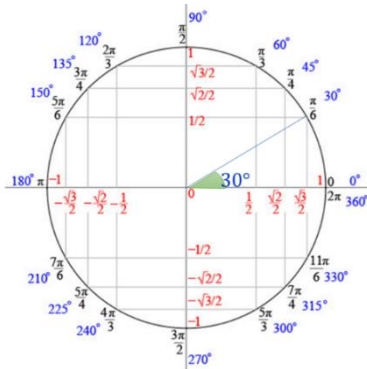
$$2\pi R \longrightarrow 360^\circ$$

$$R \longrightarrow x^\circ$$

$$x^\circ = \frac{360^\circ R}{2\pi R} = \frac{180^\circ}{\pi} \text{ буюу } x^\circ \text{ өнцгийг } 1$$

радиан өнцөг гэвэл  $\pi$  радиан өнцөг нь  $180^\circ$  тай тэнцэнэ. Иймд:

$$\pi = 180^\circ \rightarrow 90^\circ = \frac{\pi}{2}, 60^\circ = \frac{\pi}{3} \dots$$



**Тэгш, сондгой чанар:**

$$\begin{aligned} \cos(-\alpha) &= \cos \alpha \\ \sin(-\alpha) &= -\sin \alpha \\ \operatorname{tg}(-\alpha) &= -\operatorname{tg} \alpha \\ \operatorname{ctg}(-\alpha) &= -\operatorname{ctg} \alpha \end{aligned}$$

**Үет чанар:**

$$\begin{aligned} \cos(\alpha + 2\pi k) &= \cos \alpha \\ \sin(\alpha + 2\pi k) &= \sin \alpha \\ \operatorname{tg}(\alpha + \pi k) &= \operatorname{tg} \alpha \\ \operatorname{ctg}(\alpha + \pi k) &= \operatorname{ctg} \alpha \\ x &= \cos \alpha, y = \sin \alpha \end{aligned}$$

$$\frac{y}{x} = \operatorname{tg} \alpha, \frac{x}{y} = \operatorname{ctg} \alpha, \cos 30^\circ = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

**Өнцгийн радиан хэмжээг градусаар илэрхийлээрэй**

1.	a) $45^\circ = \frac{45}{180} \pi = \frac{\pi}{4}$	b) $30^\circ = \frac{\pi}{\square}$	c) $20^\circ = \frac{\pi}{\square}$
2.	a) $360^\circ =$	b) $135^\circ = \frac{\square \pi}{\square}$	c) $270^\circ = \frac{\square \pi}{\square}$
3.	a) $-60^\circ =$	b) $120^\circ =$	c) $150^\circ =$

**Радиан өнцгийг градусаар илэрхийлээрэй.**

4.	a) $\frac{\pi}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$	b) $\frac{3\pi}{2} =$	c) $\frac{2\pi}{3} =$
5.	a) $\frac{2\pi}{9} =$	b) $3\pi =$	c) $\frac{5\pi}{6} =$
6.	a) $-\frac{3\pi}{4} =$	b) $-\frac{7\pi}{6} =$	c) $\frac{3\pi}{5} =$

**Тригонометр функцуудын утгыг дээрх зургаар өгсөн нэгж тойрог ашиглан олоорой.**

7.	a) $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$	b) $\sin \frac{\pi}{4} =$	c) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} =$
8.	a) $\operatorname{tg} 60^\circ =$	b) $\cos 180^\circ =$	c) $\sin 270^\circ =$
9.	a) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{6} =$	b) $\sin \frac{2\pi}{3} =$	c) $\cos \frac{\pi}{4} =$
10.	a) $\cos 135^\circ =$	b) $\sin 120^\circ =$	c) $\operatorname{tg} 210^\circ =$

**Тригонометр функцийг тэгш, сондгой чанарыг хэрэглэн утгыг нь олоорой.**

11	a) $\cos(-45^\circ) = \cos(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$	b) $\sin(-\frac{\pi}{6}) =$	c) $\operatorname{tg}(-\frac{\pi}{3}) =$
12	a) $\operatorname{ctg}(-45^\circ) =$	b) $-\cos(-\pi) =$	c) $\sqrt{2} \cos(-30^\circ) =$
13	a) $\sqrt{2} \cos(-45^\circ) =$	b) $-\sqrt{3} \operatorname{tg}(-\frac{\pi}{6}) =$	c) $-\frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{tg}(-30^\circ) =$

**Үнэлгээ:**

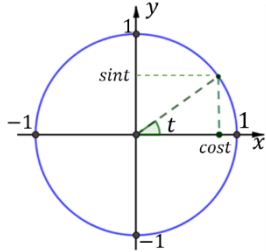
Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Σ
Өөрийн үнэлгээ														
Багшийн үнэлгээ														

**4.1\*. Хялбар параметрт тэгшитгэл, график**

Жишээ:

a.  $x = \cos t, y = \sin t$  параметрт тэгшитгэлийн графикийг байгуул.

$t$	0	$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/2$	$\pi$	$2\pi$
$x = \cos t$	1	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0	-1	1
$y = \sin t$	0	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1	0	0

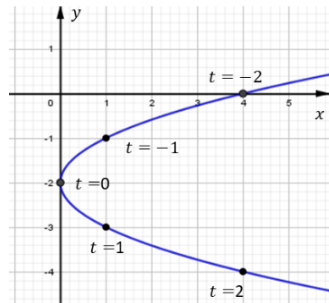


Параметрийг зайлуулж,  $v$   $d$   $y$ -ийн хамаарлын тэгшитгэлийг олъё.

$\cos^2 t + \sin^2 t = 1$  гэдгээс  $x^2 + y^2 = 1$

b.  $x = t^2, y = t - 2$  параметрт тэгшитгэлийн графикийг байгуул.

$t$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$x$	9	4	1	0	1	4	9
$y$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1



Параметрийг зайлуулбал:

$y = t - 2$  гэдгээс

$t = y + 2$  гэж

олоод  $x = t^2$ -д

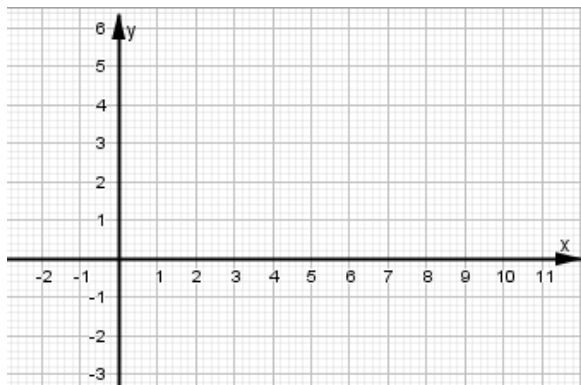
орлуулбал:

$x = (y + 2)^2$

Параметрт тэгшитгэлийн графикийг байгуулаарай.

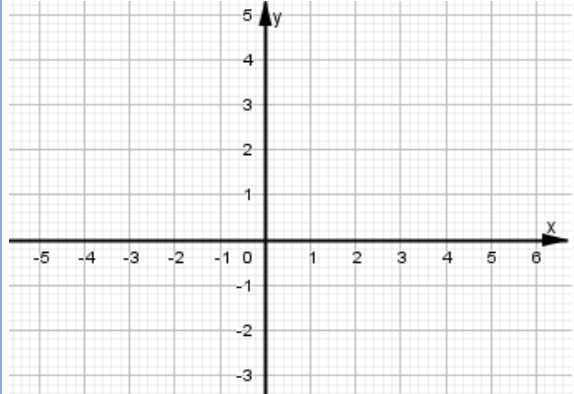
1\*.  $x = (t - 2)^2, y = t$

$t$							
$x$							
$y$							



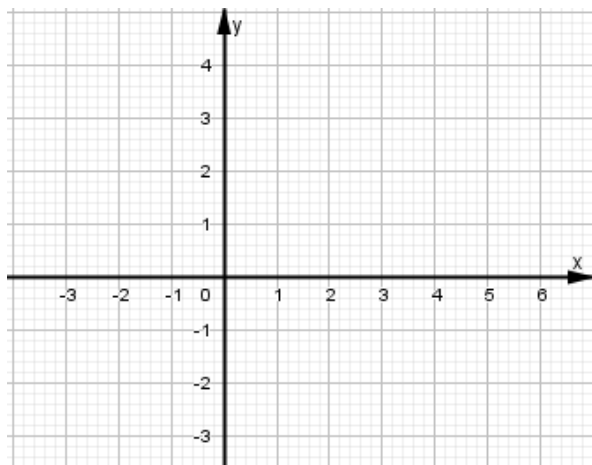
2\*.  $x = t - 1, y = 0.5t^2 - 2$

$t$							
$x$							
$y$							



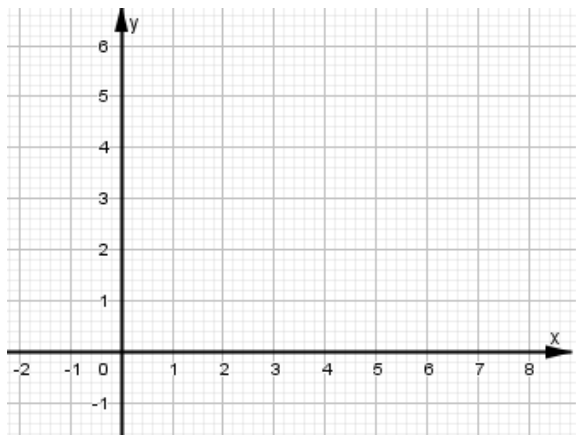
3\*.  $x = 2t + 1, y = t - 1$

$t$							
$x$							
$y$							

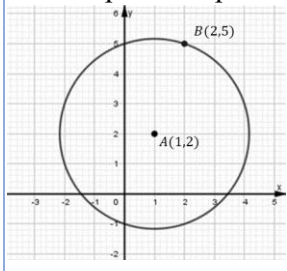
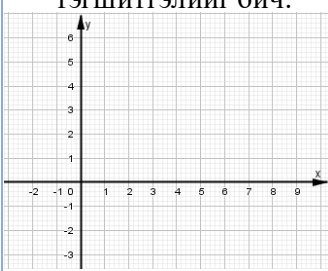


4\*.  $x = t^2 + 2, y = t + 3$

$t$							
$x$							
$y$							



**4.2\* Тойргийн тэгшитгэл**

	<p><math>(x_0, y_0)</math> төвтэй <math>R</math> радиустай тойргийн тэгшитгэл: <math>(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2</math> Төв нь координатын эх дээр бол: <math>x^2 + y^2 = R^2</math></p>	
<p><b>5*.</b> а. <math>A(1,2)</math> цэгт төвтэй, <math>R=3</math> радиустай тойргийн тэгшитгэлийг бич.</p>	<p>б. <math>(-3,1)</math> цэгт төвтэй, <math>R=\sqrt{5}</math> радиустай тойргийн тэгшитгэлийг бич.</p>	
<p><b>6*.</b> а. <math>(x-5)^2 + (y+2)^2 = 36</math> тэгшитгэлтэй тойргийн төв ба радиусыг олоорой.</p>	<p>б. <math>x^2 + y^2 - 4x + 6y + 12 = 0</math> тэгшитгэлтэй тойргийн төв ба радиусыг олоорой. <i>Санамж. Бүтэн квадрат ялгах аргаар <math>(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2</math> хэлбэрт оруулаарай.</i></p>	
<p><b>7*.</b> а. <math>x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0</math> тэгшитгэлтэй тойргийн төв ба радиусыг олоорой.</p>	<p>б. <math>x^2 + y^2 + 10x - 2y + 10 = 0</math> тэгшитгэлтэй тойргийн төв ба радиусыг олоорой.</p>	
<p><b>8*.</b> а. <math>A(1,2)</math> цэгт төвтэй, <math>B(2,5)</math> цэгийг дайрсан тойргийн тэгшитгэлийг бич.</p> 	<p>б. <math>A(-1,0)</math> цэгт төвтэй, <math>B(2,1)</math> цэгийг дайрсан тойргийг байгуулж, тэгшитгэлийг бич.</p> 	
<p><b>9*.</b> а. <math>A(-2,1)</math>, <math>B(1,5)</math> цэгүүдэд төгсгөлтэй диаметр бүхий тойргийн тэгшитгэлийг бич.</p>	<p>б. <math>M(-2,0)</math>, <math>N(2,4)</math> цэгүүдэд төгсгөлтэй диаметр бүхий тойргийн тэгшитгэлийг бич.</p>	
<p><b>10*.</b> а. <math>A(-3,1)</math>, цэгийг дайрсан координатын эхэд төвтэй дугуйн талбайг олоорой.</p>	<p>б. <math>C(2,-1)</math>, <math>B(-5,3)</math> цэгүүдэд диаметрийн төгсгөл нь байх дугуйн талбайг олоорой.</p>	

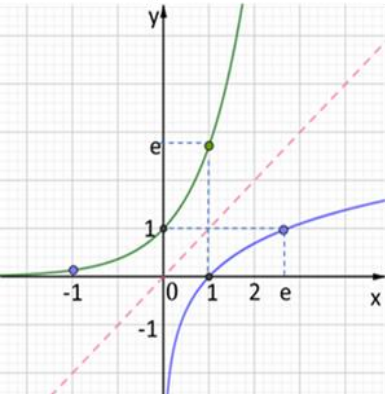
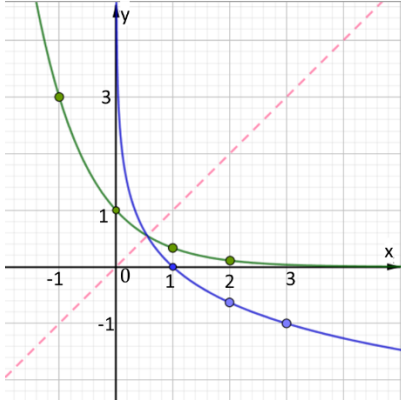
Үнэлгээ:

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\Sigma$
Өөрийн үнэлгээ											
Багшийн үнэлгээ											

**ФУНКЦ БА ГРАФИК XII.2.3-II**

**1. Логарифм функц, тэгшитгэл, тэнцэтгэл биш**

Логарифмын 1\*-5\* чанарууд болон мөрдлөгүүдийг ашиглан илэрхийллийн утгыг олоорой.

<p>1. a) <math>\frac{\log_3 2^5 - \log_3 2}{\log_3 2} = \frac{5\log_3 2 - \log_3 2}{\log_3 2} =</math> <math>= \frac{4\log_3 2}{\log_3 2} = 4</math></p>	<p>b) <math>(\log_2 3 + \log_4 3)(\log_3 2 + \log_9 2) =</math></p>
<p>2. a) <math>\log_3 \sqrt{12} - \log_3 \frac{2}{3} - \frac{2}{3} \log_3 \sqrt[3]{3} =</math></p>	<p>b) <math>(\log_3 25 + \log_9 5)(\log_5 9 + \log_{25} 3) =</math></p>
<p>3. a) <math>\log_3 \sqrt{3\sqrt{7} + 6} + \log_3 \sqrt{3\sqrt{7} - 6} =</math></p>	<p>b) <math>\log_2 \sqrt{2\sqrt{5} + 2} + \log_2 \sqrt{2\sqrt{5} - 2} =</math></p>
<p>4. a) Дараах график бүхий хоёр функцийг томъёог олж бичээрэй.</p> 	<p>b) Дараах график бүхий хоёр функцийг томъёог олж бичээрэй.</p> 

Илтгэгч тэгшитгэлийг бодоорой. Ж.нь: 1).  $2^{x-3} = 4 \rightarrow 2^{x-3} = 2^2 \rightarrow x-3 = 2 \rightarrow x = 5$

2).  $3^x = 5 \rightarrow x = \log_3 5$ , 3).  $0.5^x = 64^{x-1} \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x = (2^6)^{x-1} \rightarrow 2^{-x} = 2^{6(x-1)} \rightarrow -x = 6x-6 \rightarrow x = \frac{6}{7}$

<p>5. a) <math>3^{2x+1} = 9</math></p>	<p>b) <math>10^x = 6</math></p>	<p>c) <math>5^{x+1} = 125</math></p>
<p>6. a) <math>2^x = 7</math></p>	<p>b) <math>10^{x+1} = 1000</math></p>	<p>c) <math>10^{2x-1} = 1</math></p>



7.	a) $10^{2-x} = 2$	b) $e^{x+5} = 2$	$2e^{3x-1} = 6$
8.	c) $3^{1-x} + 3^{x+1} = 10$ <i>Санамж: <math>3^x = t</math> гэж орлуулаад бодоорой.</i>	d) $5e^x + 10e^{-x} = 27$	$4^x - 2^{x+3} + 24 = 0$
$f(x) > 0, g(x) > 0$ үед: $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$			
Логарифм тэгшитгэлийг бодоорой.			
9.	<i>Жишээ нь:</i> $\log_2(x+1) + \log_2(x+3) = 2$ $\log_2[(x+1)(x+3)] = \log_2 2^2$ $(x+1)(x+3) = 4$ $x^2 + 4x + 3 - 4 = 0$ $x^2 + 4x - 1 = 0$ $x_1 = -2 + \sqrt{5}$ $x_2 = -2 - \sqrt{5}$ <i>Тодорхойлогдох муж:</i> $\begin{cases} x+1 > 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Rightarrow x > -1$ тул $x_1 = -2 + \sqrt{5}$ нь <i>тэгшитгэлийн шийд юм.</i>	$\log_2(x+1) + \log_2(x+2) = 1$	
10.	a) $\log_5(3x-4) = \log_5(12-5x)$	b) $\log_{0.5}(1-x^2) = 4$	
11.	a) $\log_3(x^2 - 5x - 23) = 0$	b) $\lg(x-1) + \lg(x+1) = \lg(9x-9)$	
12.	a) $2\log_4^2 x + 5\log_4 x - 3 = 0$ <i>Санамж: <math>\log_4 x = t</math> гэж орлуулаарай.</i>	b) $3\log_{\frac{1}{3}}^2 x + 5\log_{\frac{1}{3}} x - 2 = 0$	

$f(x) > 0, g(x) > 0$ үед: $a^{f(x)} > a^{g(x)} \xrightarrow{a>1} f(x) > g(x)$ $\log_a f(x) > \log_a g(x) \xrightarrow{a>1} f(x) > g(x)$ $a^{f(x)} > a^{g(x)} \xrightarrow{0<a<1} f(x) < g(x)$ $\log_a f(x) > \log_a g(x) \xrightarrow{0<a<1} f(x) < g(x)$	
Илтгэгч ба логарифм тэнцэтгэл бишийг бодоорой.	
13. a) $2^{3x+1} > 8$	b) $3^{x-5} > 27$
14. a) $5^{x^2-1} \leq 25$	b) $0.5^{x-5} > \frac{1}{16}$
15. a) $2^{3x-1} \leq 4^{x^2-3}$	b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2+1} > \left(\frac{9}{4}\right)^{x-3}$
16. a) $\log_5(4-x) < 1$ $\begin{cases} 4-x > 0 \\ 4-x < 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 4 \\ x > 1 \end{cases} \Rightarrow 1 < x < 4$ Харуу: $x \in (1, 4)$	b) $\log_{0.5}(1-x) < -4$
17. a) $\lg\left(\frac{x}{3} + 25\right) < 2$	b) $\ln(e-x) > 1$
18. a) $\log_{0.5} \frac{x}{3} \geq -2$	b) $\log_{\frac{1}{4}} \frac{x-2}{5} \geq 1$
19. a) $\lg(x^2 - 5x + 6) < 0$	$\log_7 \frac{2x-6}{2x-1} > 0$
20. a) $\lg(7-x) + \lg x \geq 1$	$\log_{\frac{1}{3}} x + \log_{\frac{1}{3}}(4-x) \geq -1$

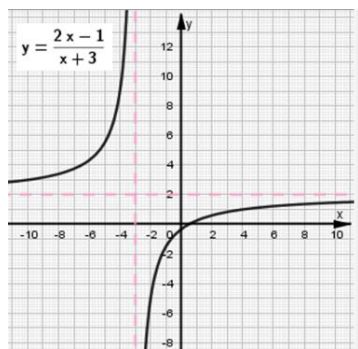
Үнэлгээ:

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Σ	
Өөрийн үнэлгээ																						
Багшийн үнэлгээ																						

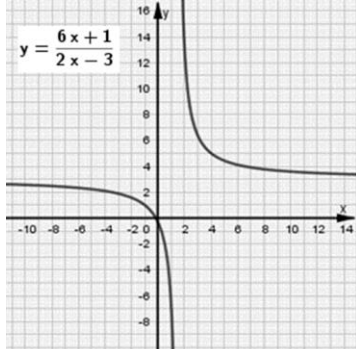
**2. Рационал функц**

Функцийн графикуудын хэвтээ ба босоо асимптотуудыг олж зураад нэрлэж бичээрэй.

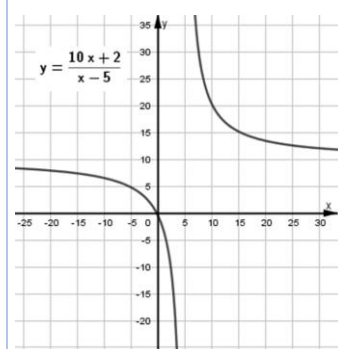
I.



a)  $y = \frac{2x-1}{x+3}$ ,  $x = -3$



b)  $y = \frac{6x+1}{2x-3}$ ,  $x = 1.5$



c)  $y = \frac{10x+2}{x-5}$ ,  $x = 5$

Санамж: Хэрэв хүртвэр олон гишүүнтийн зэрэг хуваарь олон гишүүнтийн зэргээс их буюу тэнцүү байвал олон гишүүнтийг олон гишүүнтэд хуваах аргаар бүхэл олон гишүүнт ба зөв рациональ бутархайн нийлбэрт задалж болно.

Зөв рациональ бутархай функц:  $\frac{A}{ax+b}, \frac{Ax+B}{ax^2+b}$ , Хэрэв  $ax^2+bx+c$  нь үл задрах бол:  $\frac{Ax+B}{ax^2+bx+c}$  г.м

Хялбар рационал функцуудын нийлбэрт задлаарай.

2.

$$\frac{3x^3 + 2x^2 - 5x}{x^2 - 9} = 3x + 2 + \frac{22x + 18}{x^2 - 9}$$

$$\frac{22x + 18}{x^2 - 9} = \frac{A}{x+3} + \frac{B}{x-3} = \frac{A(x-3)}{(x+3)(x-3)} + \frac{B(x+3)}{(x+3)(x-3)} = \frac{(A+B)x + 3B - 3A}{(x+3)(x-3)}$$

$$22x - 18 = (A+B)x + 3B - 3A \Rightarrow \begin{cases} A+B = 22 \\ 3B - 3A = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A+B = 22 \\ B - A = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 8 \\ B = 14 \end{cases}$$

Иймд:  $\frac{3x^3 + 2x^2 - 25x}{x^2 - 9} = 3x + 2 + \left( \frac{8}{x+3} + \frac{14}{x-3} \right) = 3x + 2 + \frac{8}{x+3} + \frac{14}{x-3}$ .

3.

$$\frac{2x+3}{(x-2)(x+5)} =$$

4.

$$\frac{x}{x^2 - 3x + 2} =$$

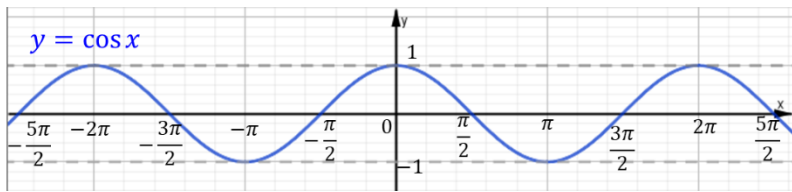
<b>5.</b>	$\frac{x^2 + 1}{(x+1)^2(x-1)} =$
<b>6.</b>	$\frac{1}{x^2 + 2x - 8} =$
<b>7.</b>	$\frac{2x - 7}{x^2 + x - 2} =$

Үнэлгээ:

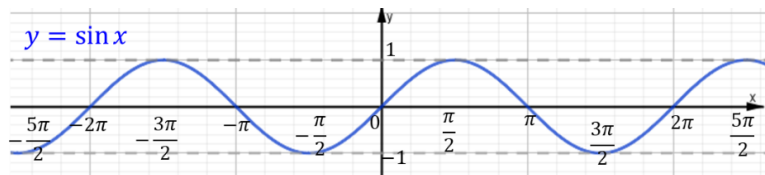
Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
Өөрийн үнэлгээ									
Багшийн үнэлгээ									

**3. Тоон аргументтай тригонометр функц**

**8.** Графикийг ашиглан тригонометр функцуудын тодорхойлогдох муж ба дүрийг олоорой.

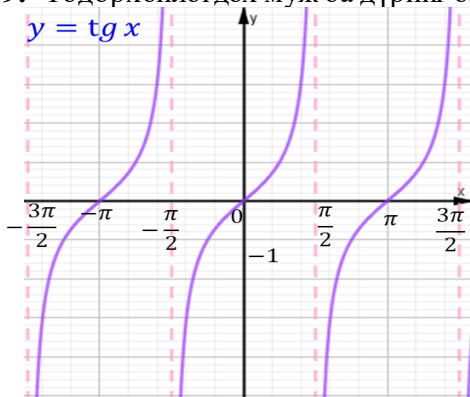


- a)  $x \in (\dots, \dots)$   
 $y \in \dots$   
 Хамгийн их утга:  $y =$   
 Хамгийн бага утга:  $y =$

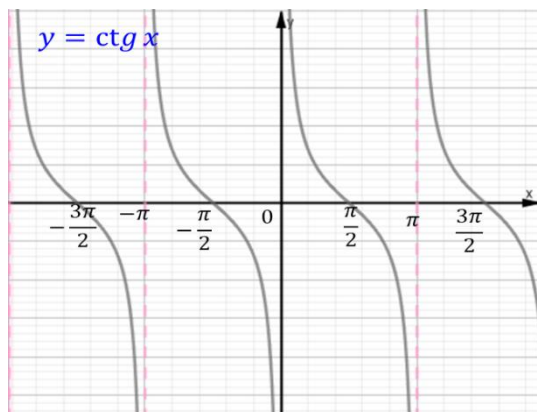


- b)  $x \in \dots$   
 $y \in \dots$   
 Хамгийн их утга:  $y =$   
 Хамгийн бага утга:  $y =$

**9.** Тодорхойлогдох муж ба дүрийг олоорой



- a)  $x \neq \frac{\pi k}{2}, k \in Z$   
 $y \in \dots$



- b)  $x \neq \dots, k \in Z$   
 $y \in \dots$

Тодорхойлогдох муж дээрээ өсдөг/буурдаг

Тодорхойлогдох муж дээрээ өсдөг/буурдаг

Тригонометр функцуудын графикийг ажиглаад дараах функцийг утгуудыг олоорой.

3. a.  $\cos 0 =$  b.  $\cos \pi =$  c.  $\sin \pi =$  d.  $\sin 0 =$   
 4. a.  $\sin \frac{\pi}{2} =$  b.  $\sin \left(-\frac{\pi}{2}\right) =$  c.  $\cos \left(\frac{\pi}{2}\right) =$  d.  $\sin(2\pi) =$   
 5. a.  $\cos(-\pi) =$  b.  $\sin(-2\pi) =$  c.  $\cos \left(\frac{3\pi}{2}\right) =$  d.  $\sin \left(-\frac{3\pi}{2}\right) =$

*Эмхэтгэлийн томьёо*  
 $k \in Z$  үед:  
 $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$   
 $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$   
 $\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$   
 $\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$   
*Эх мэтээр нэгж тойрог дээр тооцоолж олж болно.*

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$   
 $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$   
 $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$   
 $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$

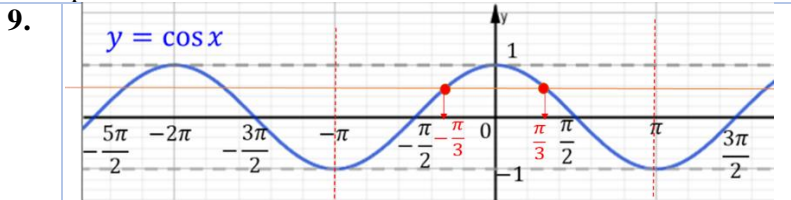
$\cos 135^\circ = \cos(180^\circ - 45^\circ) = -\cos(45^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Эмхэтгэлийн томьёо хэрэглэн хурц өнцгийн тригонометр функцэд шилжүүлж тооцоолоорой.

6. a)  $\sin 120^\circ =$  b)  $\cos 225^\circ =$  c)  $\text{tg} 135^\circ =$   
 7. a)  $\text{tg} 210^\circ =$  b)  $\sin 240^\circ =$  c)  $\text{ctg} 315^\circ =$

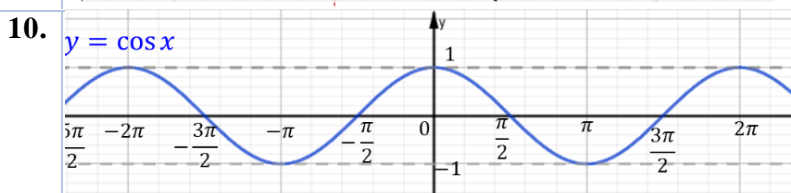
8. а)  $\sin \alpha = 0.3, (0 < \alpha < \frac{\pi}{2})$  бол  $\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) = ?$   
 б)  $\cos \alpha = \frac{1}{3}, (0 < \alpha < \frac{\pi}{2})$  бол  $\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha) = ?$   
 в)  $\sin \alpha = \frac{2}{3}, (0 < \alpha < \frac{\pi}{2})$  бол  $\sin(\pi + \alpha) = ?$

у = а шулуун татаж, тригонометрийн хялбар тэгшитгэлийн өгсөн завсар дахь шийдийг олоорой.

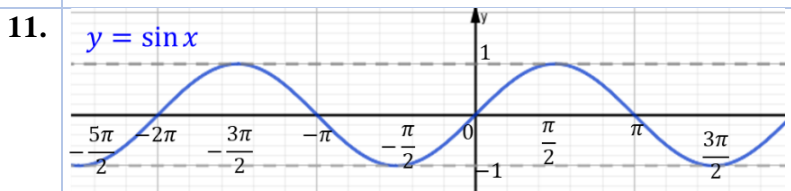


$$\cos x = \frac{1}{2}, (-\pi < x < \pi)$$

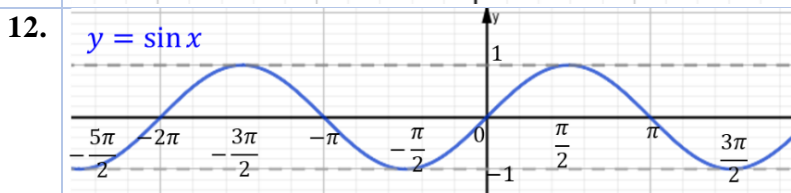
$$\text{Хариу: } x = -\frac{\pi}{3}, x = \frac{\pi}{3}$$



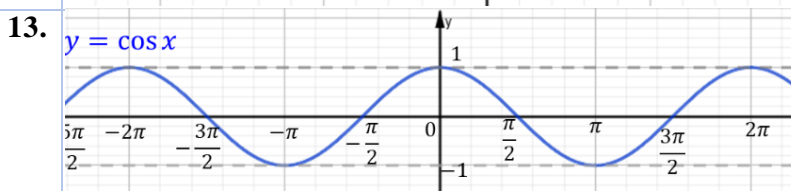
$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}, (0 < x < 2\pi)$$



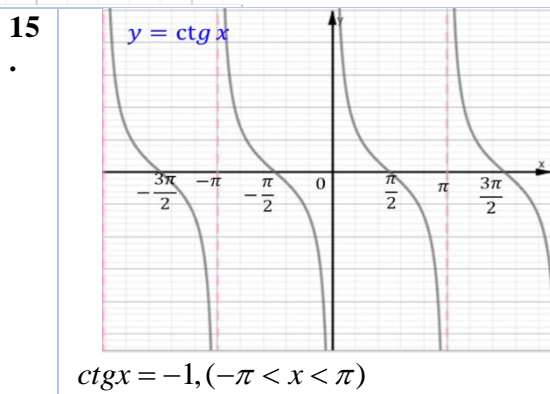
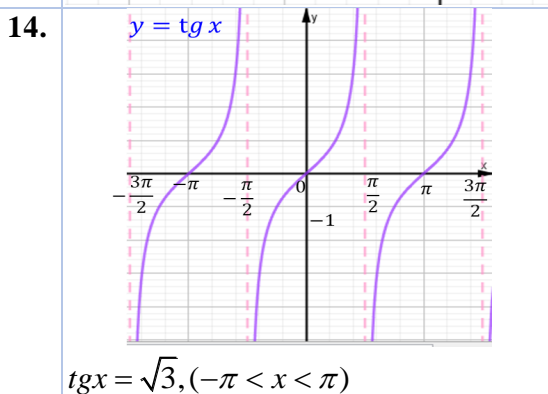
$$\sin x = \frac{1}{2}, (-\pi < x < \frac{3\pi}{2})$$



$$\sin x = -\frac{1}{2}, (-2\pi < x < 0)$$



$$\cos x = 0, (-2\pi < x < 2\pi)$$



Үнэлгээ:

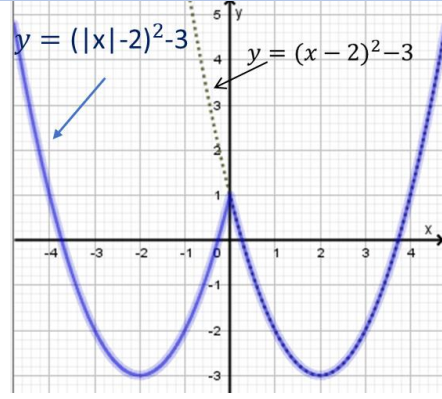
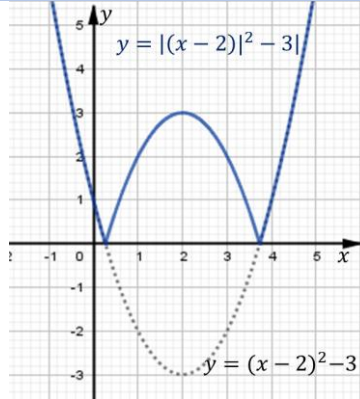
Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Σ
Өөрийн үнэлгээ																
Багшийн үнэлгээ																

**4.1\*. Модуль агуулсан функцийг график байгуулах**

$y = |f(x)|$  функцийг график нь  $y = f(x)$ -ийн графикийн  $y > 0$  хэсгийг хэвээр үлдээж,  $y < 0$  хэсгийг  $Ox$  тэнхлэгийн дагуутэй хэмээр хувиргахад гарна.

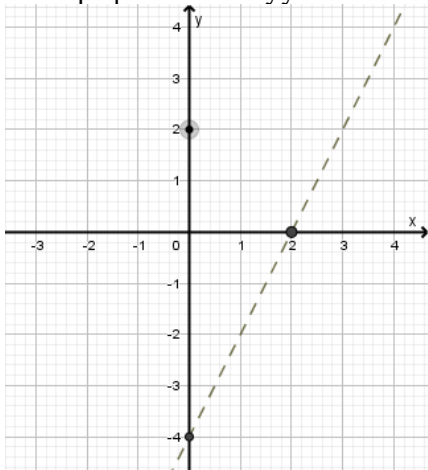
$y = f(|x|)$  функцийг график нь  $y = f(x)$ -ийн графикийн  $x > 0$  хэсгийг хэвээр үлдээж,  $x < 0$  хэсгийг  $Oy$  тэнхлэгийн дагуутэй хэмээр хувиргахад гарна.

Жишээ:

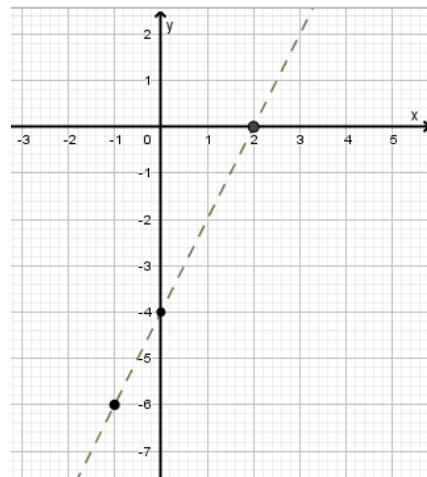


Дараах функцийг графикууд байгуулаарай.

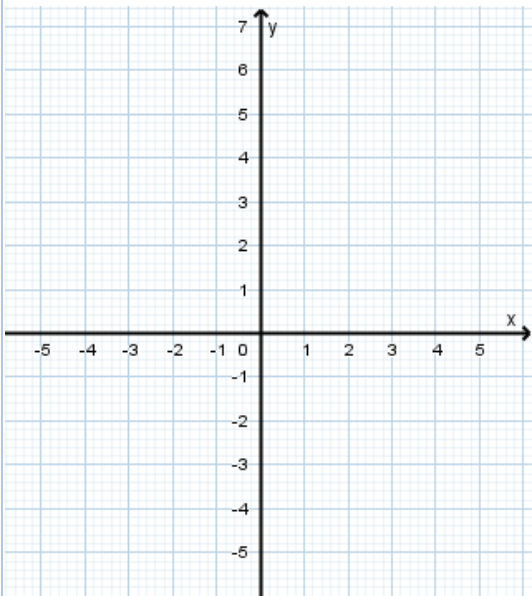
1\*.  $y = 2x - 4$  графикийг ашиглан  $y = |2x - 4|$ -ийн графикийг байгуул.



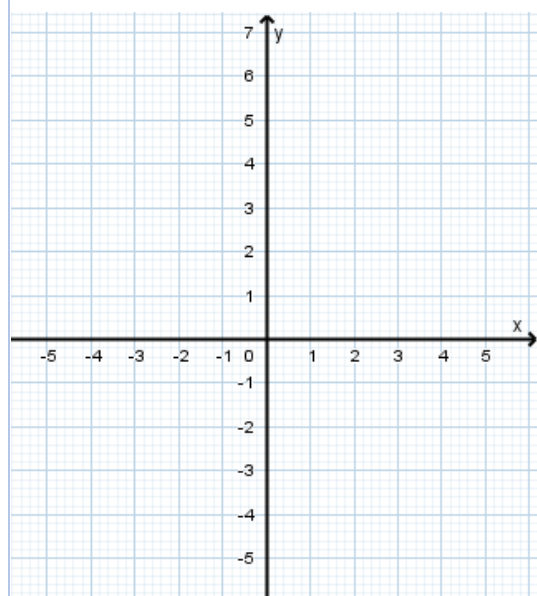
2\*.  $y = 2x - 4$  графикийг ашиглан  $y = 2|x| - 4$ -ийн графикийг байгуул.



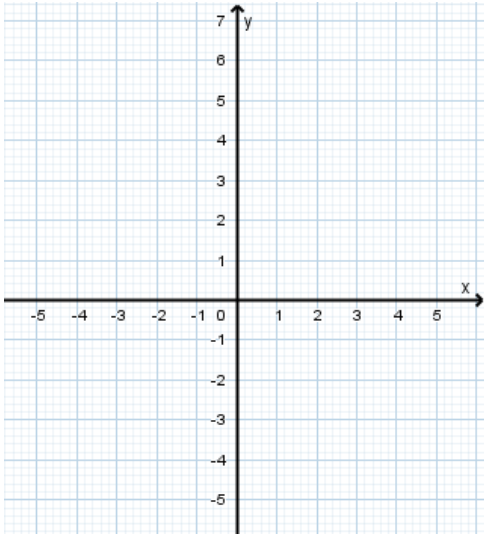
3\*.  $y = |x^2 - 5|$



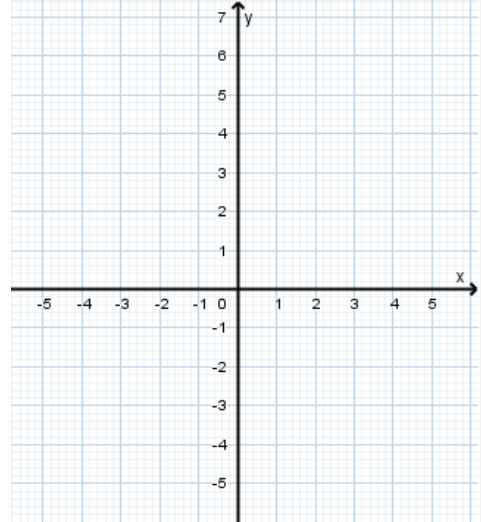
4\*.  $y = |x^3 + 1|$



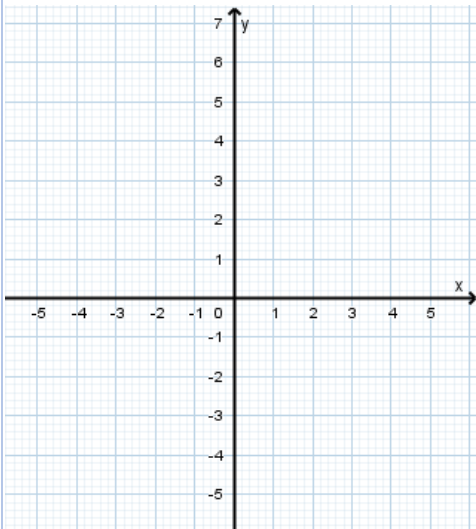
5\*.  $y = |0.5x - 3|$



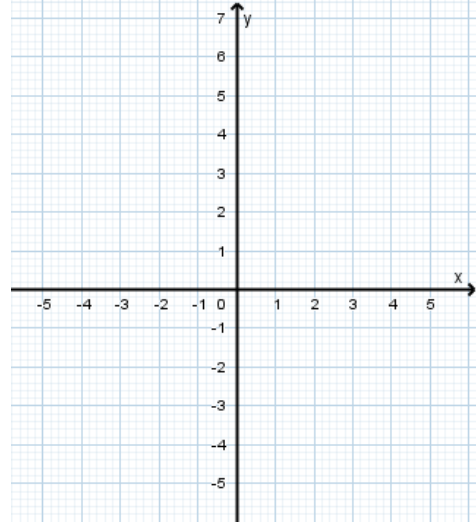
6\*.  $y = 0.5|x| - 3$



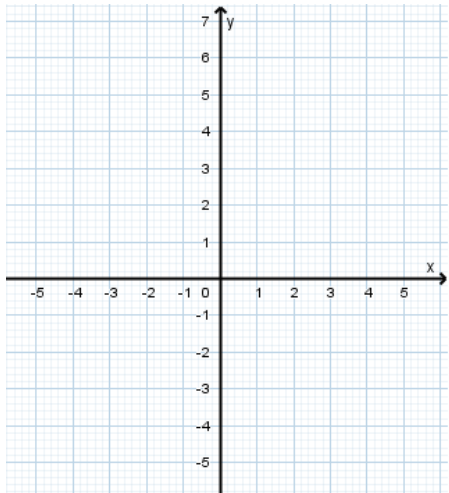
7\*.  $y = |x^2 - 3x + 2|$



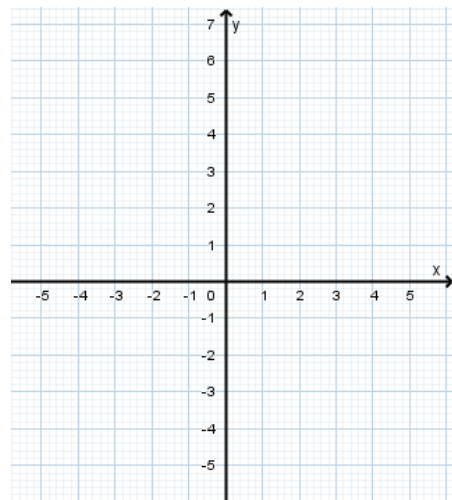
8\*.  $y = x^2 - 3|x| + 2$  Санамж:  $x^2 = |x|^2$



9\*.  $f(x) = \frac{5}{|x|}$



10\*.  $y = x^2 - 2|x| + 3$



Үнэлгээ:

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
Өөрийн үнэлгээ											
Багшийн үнэлгээ											



## Өөрийгөө сорiorой.

## ФУНКЦ БА ГРАФИК XII.2.3

1. $y = \lg(x^2 - 5x - 6)$ тодорхойлогдох мужийг олоорой.	2. Илэрхийллийн утгыг олоорой. $\frac{\log_1 8 \cdot \log_5 125}{9^{\log_3 2}} =$
3. Илэрхийллийн утгыг олоорой. $\log_{\frac{1}{2}} 8 \cdot \log_{125} 5 - \log_9 \frac{1}{81} \cdot \log_{16} 2 =$	4. Илэрхийллийн утгыг олоорой. $3 \log_9 2 \cdot \log_8 25 \cdot \log_{\frac{1}{25}} 9^{-2} =$
5. Тэгшитгэлийг бодоорой. $\lg(x+1) + \lg(x-2) = \lg(2x+16)$	6. Тэнцэтгэл бишийг бодоорой. $\log_{\frac{1}{2}}(3x^2 - 1) \geq -3$
7. $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-4} \leq \left(\frac{9}{4}\right)^{x^2-1}$ тэнцэтгэл бишийг бод.	8. $\log_2 \sqrt{3\sqrt{3}+3} + \log_2 \sqrt{3\sqrt{3}-3} =$
9. Радианаар өгсөн өнцгийг градусд шилжүүлээрэй. а) $\frac{2\pi}{3} =$ б) $\frac{7\pi}{6} =$	10. $2(\sqrt{3} \cos(-30^\circ) + \sqrt{2} \sin(-30^\circ)) = ?$
11. Илэрхийллийн утгыг олоорой. $\sqrt{3} \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \frac{6}{\sqrt{2}} \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) =$	12. $\sin \alpha = \frac{2}{3}, (0 < \alpha < \frac{\pi}{2})$ бол $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) =$
13. А(-3,2) цэгт төвтэй, В(1,4) цэгийг дайрсан тойргийн тэгшитгэлийг бич.	14. $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 68 = 0$ тэгшитгэлтэй тойргийн төв ба радиусыг олоорой.

15.  $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$  шулуун татаж,  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$  тэгшитгэлийн  $0 < x < \frac{3\pi}{2}$  завсар дахь шийдийг олоорой.

16.  $\frac{x}{x^2 - 1} + \frac{1}{x - 1} =$

17.  $y = |x - 3|$  функцийн графикийг байгуул.

18.  $y = 0.5x^2 - |x| - 4.5$  функцийн графикийг байгуул.

19.  $f(x) = \frac{3x + 15}{(2x + 1)(x - 3)}$  функцийн графикийн хэвтээ ба босоо ассимптотыг олоорой.

20.  $y = \frac{-2x + 1}{x^2 - 2x - 15}$  функцийн тодорхойлогдох мужийг олоорой.

21. Хялбар рациональ бутархайн нийлбэрт задлаарай.  
 $\frac{x + 3}{(x + 2)(2x - 5)} =$

22.  $x = 2t, y = \frac{1}{t}$  параметрт тэгшитгэлийн графикийг байгуулаарай

Үнэлгээ:

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	Σ	
Өөрийн үнэлгээ																								
Багшийн үнэлгээ																								