

УЛАМЖЛАЛ. XI.5.13.1-I

Жишээ. $y = x^2$ функцийн $x_0 = 1$ цэг дээрх налалтын ойролцоо утгыг $\Delta x = 0.1$ үед ол.

Бодолт.
$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \frac{(1 + 0.1)^2 - 1^2}{0.1} = 2.1$$

Дасгал.

1.	$y = 2x^2$ функцийн $x_0 = 2$ цэг дээрх налалтын ойролцоо утгыг $\Delta x = 0.1$ үед ол.
2.	$y = x^3$ функцийн $x_0 = 2$ цэг дээрх налалтын ойролцоо утгыг $\Delta x = 0.1$ үед ол.
3.	$y = x^2 + 2x$ функцийн $x_0 = 1$ цэг дээрх налалтын ойролцоо утгыг $\Delta x = 0.1$ үед ол.
4.	$y = 3x^2 - x + 2$ функцийн $x_0 = 2$ цэг дээрх налалтын ойролцоо утгыг $\Delta x = 0.1$ үед ол.
5.	$y = (x - 3)(x + 2)$ функцийн $x_0 = 1$ цэг дээрх налалтын ойролцоо утгыг $\Delta x = 0.1$ үед ол.
6.	$y = x^2$ функцийн $x_0 = 2$ цэг дээрх налалтын ойролцоо утгыг $\Delta x = 0.01$ үед ол.
7.	$y = x^2 + x$ функцийн $x_0 = 1$ цэг дээрх налалтын ойролцоо утгыг $\Delta x = 0.01$ үед ол.
8.	$y = \sqrt{x}$ функцийн $x_0 = 1$ цэг дээрх налалтын ойролцоо утгыг $\Delta x = 0.1$ үед ол.
9.	$y = \sqrt{x}$ функцийн $x_0 = 2$ цэг дээрх налалтын ойролцоо утгыг $\Delta x = 0.1$ үед ол.
10.	$y = \sqrt{x}$ функцийн $x_0 = 1$ цэг дээрх налалтын ойролцоо утгыг $\Delta x = 0.01$ үед ол.

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Нийт
Өөрийн үнэлгээ											
Багшийн үнэлгээ											

УЛАМЖЛАЛ. XI.5.13.1-II

$y = x^n$ уламжлалыг ол. $y' = (x^n)' = n \cdot x^{n-1}$

Дасгал. Уламжлалыг ол.

1.	$y = x$
2.	$y = 5x$
3.	$y = 4x + 1$
4.	$y = 3x - 5$
5.	$y = 3x^2$
6.	$y = \frac{1}{2}x^2 + 1$
7.	$y = x^3$
8.	$y = 2x^5$
9.	$y = x^{\frac{1}{2}}$
10.	$y = x^{\frac{3}{2}}$
11.	$y = x^{\frac{5}{2}}$
12.	$y = x^{-3}$
13.	$y = x^{-5}$
14.	$y = x^{\frac{1}{2}}$
15.	$y = x^{\frac{3}{2}}$

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Нийт
Өөрийн үнэлгээ												
Багшийн үнэлгээ												

УЛАМЖЛАЛ. XI.5.13.1-III

Жишээ. $y = x^2$ функцийн уламжлалын тодорхойлолт ашиглан уламжлалыг ол.

$$f' = \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{(x + \Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \frac{x^2 + 2x\Delta x + \Delta x^2 - x^2}{\Delta x} =$$

Бодолт.

$$= \frac{2x\Delta x + \Delta x^2}{\Delta x} = \frac{\Delta x(2x + \Delta x)}{\Delta x} = 2x + \Delta x = 2x$$

Дасгал. Уламжлалыг ол.

1. $y = 3x^2$ функцийн уламжлалын тодорхойлолт ашиглан уламжлалыг ол.

2. $y = x^2 + 2x$ функцийн уламжлалын тодорхойлолт ашиглан уламжлалыг ол.

3. $y = x^3$ функцийн уламжлалын тодорхойлолт ашиглан уламжлалыг ол.

4. $y = \sqrt{x}$ функцийн уламжлалын тодорхойлолт ашиглан уламжлалыг ол.

5. $y = \frac{1}{x}$ функцийн уламжлалын тодорхойлолт ашиглан уламжлалыг ол.

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Нийт
Өөрийн үнэлгээ												
Багшийн үнэлгээ												

УЛАМЖЛАЛ. XI.5.13.1-III

Жишээ. $y = 2x^4 + 5x$ функцийн уламжлалыг ол.

Бодолт. $y' = (2x^4 + 5x)' = (2x^4)' + (5x)' = 2(x^4)' + 5(x)' = 2 \cdot 4x^3 + 5 \cdot 1 = 8x^3 + 5$

Дасгал. Уламжлалыг ол.

1.	$y = 4x^3$
2.	$y = 2x^3 + 1$
3.	$y = x^3 + x$
4.	$y = 5x^3 + 2x$
5.	$y = 3x^6 - 5x^3$
6.	$y = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 5$
7.	$y = 2x^6 - 5x^3 + 4x - 2$
8.	$y = 3x^3 + 4 - \frac{7}{x}$
9.	$y = 3x^2 + 4x - \frac{1}{x}$
10.	$y = 3x^{\frac{2}{3}} + 4x^2 - \sqrt{x}$
11.	$y = 3\sqrt[3]{x^4} + 8x^2 - \sqrt{x}$
12.	$y = \sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{x} - 3x^{-3}$

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Нийт
Өөрийн үнэлгээ												
Багшийн үнэлгээ												

УЛАМЖЛАЛ. XI.5.13.2-I

Жишээ. $y = 3x^2 + x$ функцийн $x_0 = 1$ цэг дээрх налалтыг ол.

Бодолт. Уламжлалыг нь олбол $y' = (3x^2 + x)' = 6x + 1$ болох ба $x = 1$ орлуулбал налалт нь $k = 6 \cdot 1 + 1 = 7$ болно.

Дасгал.

1. $y = 4x^3$ функцийн $x_0 = 1$ цэг дээрх налалтыг ол.

2. $y = 2x^3 + 5x$ функцийн $x_0 = 2$ цэг дээрх налалтыг ол.

3. $y = 5x^3 + 4x$ функцийн $x_0 = 1$ цэг дээрх налалтыг ол.

4. $y = 5x^4 + 2x^3$ функцийн $x_0 = 2$ цэг дээрх налалтыг ол.

5. $y = 3x^6 - 5x^3$ функцийн $x_0 = 3$ цэг дээрх налалтыг ол.

6. $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 5$ функцийн $x_0 = -1$ цэг дээрх налалтыг ол.

7. $y = x^6 + x^3 + x - 2$ функцийн $x_0 = 1$ цэг дээрх налалтыг ол.

8. $y = x^3 + 4x - \frac{1}{x}$ функцийн $x_0 = 1$ цэг дээрх налалтыг ол.

9. $y = 3x^{\frac{2}{3}} + x^2 - 3\sqrt{x}$ функцийн $x_0 = 2$ цэг дээрх налалтыг ол.

10. $y = 3\sqrt[3]{x^4} + 8x^2 - \sqrt{x}$ функцийн $x_0 = 1$ цэг дээрх налалтыг ол.

11. $y = \sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{x} - 3x^{-3}$ функцийн $x_0 = -1$ цэг дээрх налалтыг ол.

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Нийт
Өөрийн үнэлгээ												
Багшийн үнэлгээ												

УЛАМЖЛАЛ. XI.5.13.2-I

Жишээ. $y = x^2 + x$ функцийг $x_0 = 1$ цэгт татсан шулууны тэгшитгэл зохио.

Бодолт. Уламжлалыг нь олбол $y' = (x^2 + x)' = 2x + 1$ болох ба $x = 1$ орлуулбал налалт нь $k = 2 \cdot 1 + 1 = 3$ болно. $x_0 = 1$ цэгийн ординат y_0 олбол $y_0 = f(x_0) = x_0^2 + x_0 = 1 \cdot 1^2 + 1 = 2$.
 $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$ тэгшитгэлд орлуулбал $y - 2 = 3(x - 1) \Rightarrow y - 2 = 3x - 3 \Rightarrow y = 3x - 1$
 Дасгал.

1. $y = x^2$ функцийг $x_0 = 1$ цэгт татсан шулууны тэгшитгэл зохио.

2. $y = x^2 - 1$ функцийг $x_0 = 1$ цэгт татсан шулууны тэгшитгэл зохио.

3. $y = x^2 + 2x$ функцийг $x_0 = -1$ цэгт татсан шулууны тэгшитгэл зохио.

4. $y = x^2 + 2x - 1$ функцийг $x_0 = 2$ цэгт татсан шулууны тэгшитгэл зохио.

5. $y = -x^2 - 1$ функцийг $x_0 = 1$ цэгт татсан шулууны тэгшитгэл зохио.

6. $y = x^3 - x$ функцийг $x_0 = 1$ цэгт татсан шулууны тэгшитгэл зохио.

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	Нийт
Өөрийн үнэлгээ							
Багшийн үнэлгээ							

УЛАМЖЛАЛ. XI.5.13.2-II

Жишээ. $y = x^4 + 3x^2$ функцийн хоёрдугаар эрэмбийн уламжлалыг ол.

Бодолт. $y' = (x^4 + 3x^2)' = 4x^3 + 6x$, $y'' = (4x^3 + 6x)' = 12x^2 + 6$

Дасгал. Уламжлалыг ол.

1. $y = 4x^3 - 3x^2$

2. $y = 2x^3 + 5x$

3. $y = 5x^3 + 4x$

4. $y = 5x^4 + 2x^3$

5. $y = 3x^6 - 5x^3$

6. $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 5$

7. $y = 2x^6 - 5x^3 + 4x - 2$

8. $y = 3x^3 + 4 - \frac{7}{x}$

9. $y = 3x^2 + 4x - \frac{1}{x}$

10. $y = 3x^{\frac{2}{3}} + 4x^2 - \sqrt{x}$

11. $y = 3\sqrt[3]{x^4} + 8x^2 - \sqrt{x}$

12. $y = \sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{x} - 3x^{-3}$

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Нийт
Өөрийн үнэлгээ													
Багшийн үнэлгээ													

УЛАМЖЛАЛ. XI.5.13.2-II

Жишээ. $y = (3x - 2)(4x + 1)$ уламжлалыг ол.

Бодолт. $y' = ((3x - 2)(4x + 1))' = (12x^2 - 5x - 2)' = 24x - 5$

Дасгал. Уламжлалыг ол.

1. $y = 2x^3 + 4x$

2. $y = (x - 1)(x + 2)$

3. $y = (2x - 3)(3x + 5)$

4. $y = (2x^2 - 3)(3x^3 + 5)$

5. $y = (2x - 3)^2$

6. $y = (x + 1)(2x - 3)(3x + 5)$

7. $y = (2x^4 - 3)^3$

8. $y = (x + 1)\left(x + \frac{1}{x}\right)$

9. $y = \frac{5x + 2}{x}$

10. $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x}$

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	Нийт
Өөрийн үнэлгээ									
Багшийн үнэлгээ									

УЛАМЖЛАЛ. XI.5.13.2-II

f функцийн (x_0, y_0) цэгт татсан шүргэгч шулууны тэгшитгэл $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

Дасгал.

1. $y = x^2 + 2x$ функцийн $x_0 = 1$ цэгт татсан шүргэгч шулууны тэгшитгэл зохио.
2. $y = (x - 1)(x + 2)$ функцийн $x_0 = 1$ цэгт татсан шүргэгч шулууны тэгшитгэл зохио.
3. $y = \sqrt{x + 1}$ функцийн $x_0 = 1$ цэгт татсан шүргэгч шулууны тэгшитгэл зохио.
4. $y = x^2 + \frac{1}{x}$ функцийн $x_0 = 2$ цэгт татсан шүргэгч шулууны тэгшитгэл зохио.
5. $y = -x^2 - x + 2$ функцийн $x_0 = 1$ цэгт татсан шүргэгч шулууны тэгшитгэл зохио.
6. $y = x^3 - x$ функцийн $(1, 0)$ цэгт татсан шүргэгч шулууны тэгшитгэл зохио.
7. $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 1$ функцийн $(1, \dots)$ цэгт татсан шүргэгч шулууны тэгшитгэл зохио.

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Нийт
Өөрийн үнэлгээ												
Багшийн үнэлгээ												

УЛАМЖЛАЛ. XI.5.13.2-II

f функцийн (x_0, y_0) цэгт татсан нормаль шулууны тэгшитгэл $y - y_0 = \frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$

Дасгал.

1. $y = x^2 + 2x$ функцийн $x_0 = 1$ цэгт татсан нормаль шулууны тэгшитгэл зохио.

2. $y = (x - 1)(x + 2)$ функцийн $x_0 = 1$ цэгт татсан нормаль шулууны тэгшитгэл зохио.

3. $y = \sqrt{x + 1}$ функцийн $x_0 = 1$ цэгт татсан нормаль шулууны тэгшитгэл зохио.

4. $y = x^2 + \frac{1}{x}$ функцийн $x_0 = 2$ цэгт татсан нормаль шулууны тэгшитгэл зохио.

5. $y = -x^2 - x + 2$ функцийн $x_0 = 1$ цэгт татсан нормаль шулууны тэгшитгэл зохио.

6. $y = x^3 - x$ функцийн $(1, 0)$ цэгт татсан нормаль шулууны тэгшитгэл зохио.

7. $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 1$ функцийн $(1, \dots)$ цэгт татсан нормаль шулууны тэгшитгэл зохио.

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Нийт
Өөрийн үнэлгээ												
Багшийн үнэлгээ												

УЛАМЖЛАЛ. XI.5.13.2-II

$y = f(x)$	Өсөх	Тогтворжилтын цэг	Буурах
$y' = f'(x)$	$y' = f'(x) > 0$	$y' = f'(x) = 0$	$y' = f'(x) < 0$

Дасгал. Функцийн өсөх, буурах завсарыг ол.

1. $y = x^2 + 2x$
2. $y = x^2 + 3x + 2$
3. $y = x^2 - 3x + 5$
4. $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$
5. $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x$
6. $y = x^3 - x^2 + 1$
7. $y = x^4 - x^2 + 1$

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	Нийт
Өөрийн үнэлгээ								
Бусгийн үнэлгээ								

УЛАМЖЛАЛ. XI.5.13.2-III

	Максимумын цэг			Минимумын цэг		
Уламжлалын гэмдэг	$f'(x) > 0$	0	$f'(x) < 0$	$f'(x) < 0$	0	$f'(x) > 0$
Шүргэгчийн налалт	/	-	\	\	-	/
Функц	өснө	тогтворжино	буурна	буурна	тогтворжино	өснө

Дасгал. Функциудын экстремумын утгыг олж, максимум, минимумын аль нь болохыг тогтоо.

1. $y = x^2 + 2x$
2. $y = x^2 + 3x + 2$
3. $y = x^2 - 3x + 5$
4. $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$
5. $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x$
6. $y = x^3 - x^2 + 1$
7. $y = x^4 - x^2 + 1$

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	Нийт
Өөрийн үнэлгээ								
Бусгийн үнэлгээ								

УЛАМЖЛАЛ. XI.5.13.2-III

Жишээ. $y = \sqrt[3]{2x-3}$ уламжлалыг ол.

$$\text{Бодолт. } y' = \left(\sqrt[3]{2x-3} \right)' = \left((2x-3)^{\frac{1}{3}} \right)' = \frac{1}{3} (2x-3)^{\frac{1}{3}-1} (2x-3)' = \frac{1}{3} (2x-3)^{-\frac{2}{3}} \cdot 2 = \frac{2}{3\sqrt[3]{(2x-3)^2}}$$

Дасгал. Уламжлалыг ол.

1. $y = \sqrt{x+3}$

2. $y = \sqrt{2x-5}$

3. $y = \sqrt[3]{2x+3}$

4. $y = \sqrt[4]{3x-5}$

5. $y = \sqrt[3]{(2x-7)^2}$

6. $y = \sqrt[5]{(2x-7)^3}$

7. $y = (2x+4)^{-2}$

8. $y = (2+x)^{-5}$

9. $y = (4x-3)^{-\frac{1}{2}}$

10. $y = \frac{2}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}}$

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	Нийт
Өөрийн үнэлгээ									
Багшийн үнэлгээ									

УЛАМЖЛАЛ. XI.5.13.3*-I-II

Жишээ. Тэгш өнцөгт хэлбэртэй хашаа хийхэд 36 м урт хашаа хийх материал орсон бол хашсан хэсгийн талбайн хамгийн их утгыг ол.

Бодолт. $S(x) = (18 - x)x = -x^2 + 18x$ функцийн уламжлал авбал $S'(x) = -2x + 18$ тэгтэй

тэнцүүлвэл $-2x + 18 = 0$, $x = 9$ болно. Эндээс хамгийн их талбай нь $S(9) = (18 - 9) \cdot 9 = 81 \text{ м}^2$.



Дасгал.

1. Тэгш өнцөгт хэлбэртэй хашаа хийхэд 64 м урт хашаа хийх материал орсон бол хашсан хэсгийн талбайн хамгийн их утгыг ол.
2. Тэгш өнцөгт хэлбэртэй хашаа хийхэд a м урт хашаа хийх материал орсон бол хашсан хэсгийн талбайн хамгийн их утгыг ол.
3. 40 см периметртэй тэгш өнцөгтийн талбайн хамгийн их утгыг ол.
4. Хангалттай урт бетон хашаанд тулган барьсан гурван тал торон хашааны урт 18 м бол хашсан хэсгийн талбайн хамгийн их утгыг ол.
5. Хангалттай урт бетон хашаанд тулган барьсан гурван тал торон хашааны урт 54 м бол хашсан хэсгийн талбайн хамгийн их утгыг ол.

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	Нийт
Өөрийн үнэлгээ									
Багшийн үнэлгээ									

УЛАМЖЛАЛ. XI.5.13.3*-II

Дасгал.

1. Хоёр тооны нийлбэр 30 бол үржвэрийн хамгийн их утгыг ол.

2. Хоёр тооны нийлбэр 48 бол үржвэрийн хамгийн их утгыг ол.

3. Хоёр тооны нийлбэр a бол үржвэрийн хамгийн их утгыг ол.

4. Хоёр тооны үржвэр 30 бол нийлбэрийн хамгийн бага утгыг ол.

5. Хоёр тооны үржвэр 48 бол нийлбэрийн хамгийн бага утгыг ол.

6. Хоёр тооны үржвэр a бол нийлбэрийн хамгийн бага утгыг ол.

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	Нийт
Өөрийн үнэлгээ									
Багшийн үнэлгээ									

