

КОМПЛЕКС ТОО (XII.14.1-I)

a, b бодит тооны хувьд $a + bi$ хэлбэрийн тоог комплекс тоо гэх ба a тоог түүний бодит хэсэг гээд $\operatorname{Re}(a + bi)$, b тоог түүний хуурмаг хэсэг гээд $\operatorname{Im}(a + bi)$ гэж тус тус тэмдэглэлэг.

Комплекс тооны бодит болон хуурмаг хэсгийг тус тус олж бич.

Жишээ: $z = -2 + 5i$ тооны бодит хэсэг нь $\operatorname{Re}(-2 + 5i) = -2$, хуурмаг хэсэг нь $\operatorname{Im}(-2 + 5i) = 5$ байна.

1	$z = 4 + 3i$	5	$t = -1 - i$
2	$s = -1 + 2i$	6	$r = \frac{1}{2} + 7i$
3	$t = 3 - 3i$	7	$z = -3i$
4	$r = -6 + i$	8	$s = 4$

$z = s$ бол a, b -г олж бич.

Жишээ: $z = -1 + 2i, s = -1 + bi$ тоонууд тэнцүү учир $b = 2$ байна.

9	$z = 3 + 4i, s = 3 + bi$	13	$z = 3i - 1, s = a + bi$
10	$z = a - 2i, s = 3 - 2i$	14	$z = -i + 1, s = a + bi$
11	$z = -1 + bi, s = -1 - 5i$	15	$s = 4 - bi, z = a - 3i$
12	$z = -3i, s = a + bi$	16	$s = a - i, z = bi$

Илэрхийллийн утгыг ол.

Жишээ: $\operatorname{Re}(-5 + i) + \operatorname{Im}(4 - 3i) = ?$

$\operatorname{Re}(-5 + i) = -5, \operatorname{Im}(4 - 3i) = -3$ учир $\operatorname{Re}(-5 + i) + \operatorname{Im}(4 - 3i) = -5 + (-3) = -8$

17	$\operatorname{Re}(6 + 3i) + \operatorname{Im}(-2 + 5i) =$	21	$\operatorname{Re}(-5 + 2i) + \operatorname{Re}(1 - 4i) =$
18	$\operatorname{Re}(-1 + 2i) + \operatorname{Im}(8 - 3i) =$	22	$\operatorname{Re}(9 - 2i) + \operatorname{Re}(3i) =$
19	$\operatorname{Re}(-3 + i) + \operatorname{Im}(-4 - i) =$	23	$\operatorname{Im}(-4 - i) + \operatorname{Re}(3 + i) =$
20	$\operatorname{Re}(-1 - 2i) + \operatorname{Im}(7 + i) =$	24	$2\operatorname{Im}(-i) + \operatorname{Re}(3) =$

Үнэлгээ:

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	Нийт оноо	
Өөрийн үнэлгээ																										

КОМПЛЕКС ТОО (ХИ.14.1-II)

$$(a+bi) \pm (c+di) = (a \pm c) + (b \pm d)i \quad (a+bi) \times (c+di) = (ac-bd) + (ad+bc)i$$

Үйлдлийг гүйцэтгэ.

Жишээ: $(3+2i) + (4+i) = (3+4) + (2+1)i = 7+3i$	
$(1+4i) - (3-2i) = (1+4i) + (-3+2i) = (1-3) + (4+2)i = -2+6i$	
1	$(5+3i) + (1+2i) =$
2	$(-2+4i) + (5-3i) =$
3	$(3-2i) + (1+2i) =$
4	$(-7-i) + (3+4i) =$
5	$(8+3i) + (-2i) =$
6	$(2-3i) - (-3+2i) =$
7	$(2-5i) - (3-i) =$
8	$(-4+3i) - (1-5i) =$
9	$(-7i) - (-2-3i) =$
10	$(-3+5i) - (-6i) =$

Үржүүлэх үйлдлийг гүйцэтгэ.

Жишээ: $(1+2i) \times (3+5i) = (1 \times 3 - 2 \times 5) + (1 \times 5 + 2 \times 3)i = -7+11i$	
11	$(4+3i) \times (1+2i) =$
12	$(1+5i) \times (3-i) =$
13	$(2+7i) \times (-2-3i) =$
14	$(-4+3i) \times (1-5i) =$
15	$(-3-i) \times (1-6i) =$
16	$(2+3i) \times (-3+2i) =$
17	$(-2-5i)(-1-2i) =$
18	$(5-2i)(-1-3i) =$
19	$(-1-i)(3+i) =$
20	$(-3+3i) \times (2i) =$
21	$(1-7i)^2 =$
22	$(-3+2i)^2 =$

Үнэлгээ:

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	Нийт оноо
Өөрийн үнэлгээ																							

КОМПЛЕКС ТОО (ХИ.14.1-III)Өгсөн нөхцөлийг хангах x, y бодит тоог ол.

	Жишээ: $(x + yi)(2 - i) = 8 + i$ $(x + yi)(2 - i) = (2x + y) + (-x + 2y)i = 8 + i$ $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ -x + 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 8 \\ -2x + 4y = 2 \end{cases} \Rightarrow 5y = 10$ $\Rightarrow y = 2, x = 3$	4	$(x + yi)(2 - 3i) = 9 - 7i$
1	$(x + yi)(1 + 2i) = 6 + 7i$	5	$(x + yi)(-2 + i) = -12 + i$
2	$(x + yi)(3 - 2i) = -4 + 7i$	6	$(4 + 2i)(x + yi) = 2 + 26i$
3	$(2 - 3i)(x + yi) = -1 - 5i$	7	$(-4 + 3i)(x + yi) = -5 + 10i$

Өгсөн комплекс тооны урвуу тоог ол.

	Жишээ: $z = 1 + 2i$ тооны урвуу тоог $z^{-1} = x + yi$ гэвэл $(1 + 2i)(x + yi) = 1$ байна. Иймд $(1 + 2i)(x + yi) = (x - 2y) + (y + 2x)i = 1 + 0i$ гэдгээс $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ y + 2x = 0 \end{cases} \times 2 \Rightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2y + 4x = 0 \end{cases} \Rightarrow 5x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{5}, y = -\frac{2}{5} \Rightarrow z^{-1} = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$		
8	$z = -2 + 3i$	11	$s = 3 - 2i$
9	$r = 4 + i$	12	$t = 1 + 2i$
10	$z = 5 - 3i$	13	$s = -2i + 4$

Үнэлгээ:

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Нийт оноо
Өөрийн үнэлгээ														

КОМПЛЕКС ТОО (XII.14.2-1)

Хоёр комплекс тооны ногдворыг олохдоо $c^2 + d^2 = (c + di)(c - di)$ байдгийг ашиглаж,

$\frac{a + bi}{c + di}$ гэсэн тоогоо $\frac{c - di}{c - di}$ тоогоор үржүүлж бодно.

Үйлдлийг гүйцэтгэ.

Жишээ:	
$\frac{3+2i}{1-3i} = \frac{(3+2i)(1+3i)}{(1-3i)(1+3i)} = \frac{(3-6)+(9+2)i}{1^2-(3i)^2} = \frac{-3+11i}{1-(-9)} = \frac{-3+11i}{10} = -\frac{3}{10} + \frac{11}{10}i$	
1	$\frac{2+3i}{4-i} =$
2	$\frac{5-2i}{4+3i} =$
3	$\frac{2-i}{3+5i} =$
4	$\frac{2+5i}{7-3i} =$
5	$\frac{2i}{1+3i} =$
6	$\frac{4+3i}{3i-2} =$
7	$\frac{-i}{-3+2i} =$
8	$\frac{-7-3i}{3-2i} =$
9	$\frac{3i}{7+2i} =$
10	$\frac{-4i}{3i-1} =$
11	$\frac{4-i}{2(3+2i)} =$
12	$\frac{2+3i}{-(8+i)} =$
13	$\frac{-i}{-3i(1-2i)} =$
14	$\frac{2i}{(3-i)(2+5i)} =$
15	$\frac{(2+i)(4-3i)}{5i(-3+i)} =$

Үнэлгээ:

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Нийт оноо
Өөрийн үнэлгээ																

КОМПЛЕКС ТОО (XII.14.2-II)

$a - bi$ комплекс тоог $z = a + bi$ комплекс тооны хосмог гэж нэрлээд, \bar{z} гэж тэмдэглэдэг. Өөрөөр хэлбэл $\bar{\bar{z}} = \overline{a + bi} = a - bi$ байна.

Модулыг ол.

Жишээ: $z = 3 - 2i$ тооны модул нь $ z = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$		8	$s = -3 - 2i$
1	$z = -2 + 3i$	9	$t = 7 - i$
2	$t = 1 + 2i$	10	$(-3 + 2i) + (4 - i) =$
3	$s = -2 + 4i$	11	$(5 - 6i) + (-2 - 3i) =$
4	$z = 5 - 3i$	12	$(3 - 2i)(1 + i) =$
5	$z = 2i$	13	$(-2 + i)(1 - 3i) =$
6	$r = -6 + 5i$	14	$\frac{2i}{1 - 3i} =$
7	$t = -1 - 4i$	15	$\frac{-3i}{2 + i} =$

Хосмог тоог ол.

Жишээ: $z = 5 + 3i$ тооны хосмог тоо нь $\bar{z} = 5 - 3i$ байна.			
16	$z = 1 + 2i$	22	$s = -5 - 4i$
17	$z = -2 + 7i$	23	$r = -3 + 5i$
18	$z = 6 + i$	24	$t = -2i + 4$
19	$z = 1 - 4i$	25	$z = -8 - i$
20	$s = (1 + 4i) + (-3 + i)$	26	$s = (-3 + 4i) + (2 - 3i)$
21	$s = (7 - 2i)(1 + 3i)$	27	$\frac{2i}{1 - 3i} =$

Үнэлгээ:

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	Нийт оноо	
Өөрийн үнэлгээ																													

КОМПЛЕКС ТОО (ХИ.14.2-III)

Теорем: Бодит коэффициенттэй квадрат тэгшитгэлийн комдлекс тоон хоёр язгуур хосмог тоо байна.

Квадрат тэгшитгэлийг бодож, шийдүүд нь хосмог болохыг харуул.

Жишээ: $x^2 + x + 3 = 0$ тэгшитгэлийн дискриминант $D = -11 < 0$ учир бодит тоон шийдгүй. Иймд энэ тэгшитгэлийг $a, b \in R$ үед $x = a + bi$ гэсэн комплекс тоон шийдтэй гэж үзээд, шийдийг тэгшитгэлд орлуулбал $(a + bi)^2 + (a + bi) + 3 = 0$ болно. Үүнийг хувиргаж, бодит болон хуурмаг хэсгийг ялгавал:

$$a^2 + 2abi - b^2 + a + bi + 3 = 0 \Rightarrow (a^2 - b^2 + a + 3) + (2ab + b)i = 0 + 0 \times i \text{ болно.}$$

$$\begin{cases} a^2 - b^2 + a + 3 = 0 \\ 2ab + b = 0 \end{cases} \Rightarrow 2ab + b = 0 \Rightarrow b = 0, a = -\frac{1}{2} \text{ гэж гарна.}$$

- $b = 0$ үед $a^2 - b^2 + a + 3 = 0$ тэгшитгэл нь $a^2 + a + 3 = 0$ болно. Энэ нь бодит шийдгүй.
- $a = -\frac{1}{2}$ үед $a^2 - b^2 + a + 3 = 0$ тэгшитгэл нь $\frac{1}{4} - b^2 - \frac{1}{2} + 3 = 0$ гэдгээс $b^2 = \frac{11}{4}$ болно.

Эндээс $b = \frac{\sqrt{11}}{2}$, эсвэл $b = -\frac{\sqrt{11}}{2}$ болж, $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{11}}{2}\right)$, $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{11}}{2}\right)$ хос шийд гарна.

Иймд $x^2 + x + 3 = 0$ тэгшитгэл нь $x_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i$, $x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}i$ гэсэн хоёр комплекс

тоон шийдтэй. Нөгөө талаас $\bar{x}_1 = x_2$ учир уг хоёр шийд хосмог байна.

1	$x^2 = -4$
2	$x^2 + 9 = 0$
3	$x^2 + 16 = 0$
4	$x^2 + 49 = 0$
5	$2x^2 + 128 = 0$
6	$x^2 + 6 = 0$
7	$x^2 = -8$

8	$x^2 + 2x + 3 = 0$
9	$x^2 - 3x + 4 = 0$
10	$x^2 + x + 1 = 0$

Үнэлгээ:

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Нийт оноо
Өөрийн үнэлгээ											

ӨӨРИЙГӨӨ СОРИОРОЙ (ХЦ.14)

1. $r = -2 + 3i$ тооны бодит болон хуурмаг хэсгийг тус тус олж бич.

2. $z = 5 - 3i$, $s = a + bi$ тоонууд хоорондоо тэнцүү бол a , b -г ол.

3. Илэрхийллийн утгыг ол.

$$\operatorname{Im}(-3 - 2i) + \operatorname{Re}(-1 + i) =$$

4. Үйлдлийг гүйцэтгэ.

$$(-2 - 5i)(-1 - 2i) =$$

$$(-1 - 4i)(3 + 7i) =$$

5. $(x + yi)(-4 + 3i) = -10 - 9i$ нөхцөлийг хангах x , y бодит тоог ол.

6. $s = -3i + 4$ комплекс тооны урвуу тоог ол.

7. Үйлдлийг гүйцэтгэ.

$$\frac{-6 + 2i}{5 - 3i} =$$

8. $t = -6 + 8i$ тооны модулыг ол.

9. $s = -3 - 2i$ тооны хосмогийг ол.

10. $x^2 + 2x + 4 = 0$ тэгшитгэлийг бодож, шийдүүд нь хосмог болохыг харуул.

Үнэлгээ:

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Нийт оноо
Өөрийн үнэлгээ											