

Дараалал, арифметик прогресс, геометр прогресс

/11-р анги/

1. $b_n = 3n^2 - 3n + 3$ дарааллын 5-р гишүүнийг ол

Бодолт: $b_5 = 3 \times 5^2 - 3 \times 5 + 3 = 63$

Хариу: $b_5 = 63$

2. $S_n = \frac{5n^2+n}{2}$ арифметик прогрессийн n-р гишүүнийг ол

Бодолт: $S_1 = \frac{5 \times 1^2 + 1}{2} = 3$ $a_1 = 3$

$$S_2 = \frac{5 \times 2^2 + 2}{2} = 11$$

$$a_1 + a_2 = 11 \quad a_2 = 8, d = 5$$

$$a_n = 3 + (n - 1)5 = 5n - 2$$

Хариу: $a_n = 5n - 2$

3. Ерөнхий гишүүний томьёо нь $a_n = 7 - 9n$ байх арифметик прогрессийн 48-р гишүүнийг ол.

Бодолт: $a_{48} = 7 - 9 \times 48 = -425$

Хариу: $a_{48} = -425$

4. 3-д хуваагддаг бүх 2 оронтой тооны нийлбэрийг олоорой.

Бодолт: $90 \div 3 = 30$ ш тоо 12, 15, 18... арифметик прогресс үүснэ.

$$S_n = \frac{12 + 99}{2} \times 30 = 1665$$

Хариу: 1665

5. Хэрэв буурах геометр прогрессийн $b_1 = -\frac{2}{3}$; $b_5 = -\frac{1}{24}$ бол $S_8 = ?$

Бодолт: $b_5 = -\frac{2}{3} \times q^{n-1} = -\frac{1}{24}$

$q = \frac{1}{2}; -\frac{1}{2}$ гарна. Буурах гэсэн учир $q = \frac{1}{2}$ -ийг сонгоно.

$$S_8 = \frac{-\frac{2}{3} \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^8 \right)}{1 - \frac{1}{2}} = -\frac{85}{64}$$

Хариу: $-\frac{85}{64}$

6. $-2, 6, -18, \dots$ геометр прогрессийн $S_6 = ?$

Бодолт: $q = -3, b_1 = -2$

$$S_6 = \frac{-2(1-(-3)^6)}{1-(-3)} = 364$$

Хариу: 364

7. Арифметик прогрессийн $a_1 = -3.5, d = -2$ бол ерөнхий гишүүний томъёог бичээрэй.

Бодолт: $a_n = -3.5 + (n-1)(-2) = -2n - 1.5$

Хариу: $a_n = -2n - 1.5$

8. $\sum_{k=1}^5 (6 - 5n) =$ -ийг ашиглан дараалал үүсгээрэй.

Бодолт: $1, -4, -9, -14, -19$

Хариу: $1, -4, -9, -14, -19$

9. Арифметик прогрессийн $a_{10} = 98, d = 8$ бол $a_3 = ?$

Бодолт: $a_{10} = a_1 + 9 \times 8 = 98, a_1 = 26$

$$a_3 = 26 + 2 \times 8 = 42$$

Хариу: 42

10. $\begin{cases} a_9 + a_7 - a_6 = 58 \\ a_2 + a_5 = 38 \end{cases}$ бол эхний гишүүн ба ялгаварыг ол.

Бодолт: $\begin{cases} a_1 + 8d + a_1 + 6d - (a_1 + 5d) = 58 \\ a_1 + d + a_1 + 4d = 38 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 9d = 58 \\ 2a_1 + 5d = 38 \end{cases} \Rightarrow 13d = 78$

$$d = 6, a_1 = 4$$

Хариу: $a_1 = 4, d = 6$

11. Арифметик прогрессийн долоо ба есдүгээр гишүүдийн нийлбэр 40 бол эхний 15 гишүүний нийлбэрийг ол.

Бодолт: $a_1 + 6d + a_1 + 8d = 40$

$$2a_1 + 14d = 40$$

$$S_{15} = \frac{a_1 + a_{15}}{2} \times 15 = \frac{a_1 + a_1 + 14d}{2} \times 15 = \frac{2a_1 + 14d}{2} \times 15 = \frac{40}{2} \times 15 = 300$$

Хариу: 300

12. Арифметик прогрессийн эхний 30 гишүүний нийлбэр нь 88дахь гишүүнтэй тэнцүү бол прогрессийн хэддүгээр гишүүн нь 0-тэй тэнцүү вэ?

Бодолт: $s_{30} = \frac{a_1 + a_{30}}{2} \times 30 = \frac{a_1 + a_1 + 29d}{2} \times 30$

$$(2a_1 + 29d) \times 15 = a_1 + 87d$$

$$30a_1 + 435d = a_1 + 87d$$

$$29a_1 + 348d = 0 \quad / \frac{1}{29}$$

$$a_1 + 12d = 0 \quad a_{13} = 0$$

Хариу: 13

13. $(3x - y)^8$ биномын x^3y^5 ба x^5y^3 -ын өмнөх коэффициентүүдийн нийлбэрийг ол.

Бодолт: $T_{k+1} = C_8^k (3x)^{8-k} (-y)^k = \dots x^3y^5$ эндээс $k = 5$

$$T_6 = C_8^5 (3x)^3 (-y)^5 = -27C_8^5 x^3y^5$$

$$T_4 = C_8^3 (3x)^5 (-y)^3 = -243C_8^3 x^3y^5$$

$$C_8^5 = C_8^3 \text{ учир } -27C_8^5 + (-243)C_8^3 = -270C_8^3$$

Хариу: $-270C_8^3$

14. Аялагч эхний өдөр 650км, дараагийн өдөр тутам өмнөхөөсөө 18км-ээр илүү зам туулж байв. Аялагч 7940км зам туулж зорьсон газараа хүрэх бол хэдэн өдөр аялах вэ?

$$a_1 = \boxed{abc} \quad d = \boxed{de}$$

$$a_n = \boxed{abc} + (n-1)\boxed{de} = 7940$$

$$(n-1)\boxed{de} = 7940 - \boxed{abc}$$

$$n = \boxed{fgh}$$

Бодолт: $a_1 = 650, \quad d = 18$

$$a_n = 650 + (n-1)18 = 7940$$

$$(n-1)18 = 7940 - 650$$

$$n = 406$$

Хариу: $abc=650$

$de=18$

$fgh=406$

15. $x^2 - kx + 18 = 0$; $x^2 - 21x + 108 = 0$ квадрат тэгшитгэлийн язгуурууд нь арифметик прогресс үүсгэдэг бол үүссэн арифметик прогрессийн эхний гишүүн болон ялгаварыг ол.

$x^2 - 21x + 108 = 0$ квадрат тэгшитгэлийн шийдүүд

$x_1 = \boxed{a}$ $x_2 = \boxed{bc}$ байна.

$x^2 - kx + 18 = 0$ тэгшитгэлийн сул гишүүн нь үүсгэх үржвэрүүд $(1 \times 18), (2 \times 9), (3 \times 6)$ тул эндээс дээрх хоёр язгууртай арифметик прогресс үүсгэх язгууруудыг сонговол

$x_3 = \boxed{d}$ $x_4 = \boxed{e}$ байна.

Иймээс $a_1 = \boxed{f}$, $d = \boxed{g}$

Бодолт: $x^2 - 21x + 108 = 0$ квадрат тэгшитгэлийн шийдүүд

$x_1 = 9$ $x_2 = 12$ байна.

$x^2 - kx + 18 = 0$ тэгшитгэлийн сул гишүүн нь үүсгэх үржвэрүүд $(1 \times 18), (2 \times 9), (3 \times 6)$ тул эндээс дээрх хоёр язгууртай арифметик прогресс үүсгэх язгууруудыг сонговол

$x_3 = 3$ $x_4 = 6$ байна. Үүсэх арифметик прогресс нь 3, 6, 9, 12, ... байна.

Иймээс $a_1 = 3$, $d = 3$

Хариу: $a=9$

$bc=12$

$d=3$

$e=6$

$f=3$

$g=3$

16. Өсөх геометр прогресс үүсгэх гурван тооны үржвэр 1728. Эдгээр тоонууд дээр харгалзан 23; 38; 3-ийг нэмбэл арифметик прогресс үүснэ. Анхны гурван тооны нийлбэрийг ол.

$$b_1 \times b_1 q \times b_1 q^2 = 1728$$

$$b_1^3 q^3 = 1728$$

$$b_1 q = 12$$

$$b_1 = \frac{12}{q} \text{ болно.}$$

Арифметик прогрессийн дараалсан гурван гишүүн

$b_1 + 23$; $\boxed{ab} + 38 = \boxed{cd}$; $b_1 q^2 + 3$ болно. Арифметик прогрессийн дараалсан гишүүний чанараар $b_1 + 23 + b_1 q^2 + 3 = 2 \times \boxed{cd}$ болно. Эндээс $b_1 + b_1 q^2 = \boxed{ef}$ болно. Энэ нь анхны 3 тооны захын гишүүдийн нийлбэр юм. Иймээс анхны $b_1, b_1 q, b_1 q^2$ гурван тооны нийлбэр $\boxed{gh}$ болно.

Бодолт: $b_1 \times b_1 q \times b_1 q^2 = 1728$

$$b_1^3 q^3 = 1728 \quad b_1 q = 12 \quad b_1 = \frac{12}{q} \text{ болно.}$$

Арифметик прогрессийн дараалсан гурван гишүүн $b_1 + 23$; $12 + 38 = 50$;

$b_1 q^2 + 3$ болно. Арифметик прогрессийн дараалсан гишүүний чанараар

$b_1 + 23 + b_1 q^2 + 3 = 2 \times 50$ болно. Эндээс $b_1 + b_1 q^2 = 100 - 26 = 74$ болно. Энэ нь анхны 3 тооны захын гишүүдийн нийлбэр юм. Иймээс анхны $b_1, b_1 q, b_1 q^2$ гурван тооны нийлбэр $74 + 12 = 86$ болно.

Хариу: $ab=12$

$cd=50$

$ef=74$

$gh=86$

17. Төгсгөлгүй буурах геометр прогрессийн бүх гишүүдийн нийлбэр 4 ба гишүүдийн кубуудын нийлбэр $\frac{192}{7}$ прогрессийн кавадратуудын нийлбэрийг ол.

Бодолт: Төгсгөлгүй буурах геометр прогрессийн бүх гишүүдийн нийлбэр нь

$S = \frac{b_1}{1-q}$ байдаг. Геометр прогрессийн кубууд нь мөн геометр прогресс

болно. Нийлбэрийн томъёогоор $\frac{b_1}{1-q} = 4$, $\frac{b_1^3}{1-q^3} = \frac{192}{7}$ байна.

$$\frac{b_1^3}{1-q^3} = \frac{b_1^3}{(1-q)(1+q+q^2)} = \frac{b_1}{1-q} \times \frac{b_1^2}{1+q+q^2} = \frac{4b_1^2}{1+q+q^2} = \frac{192}{7} \text{ тул}$$

$$\begin{cases} \frac{b_1}{1-q} = 4 \\ \frac{4b_1^2}{1+q+q^2} = \frac{192}{7} \end{cases} \Rightarrow \frac{b_1}{1-q} = 4 \Rightarrow b_1 = 4(1-q) \Rightarrow \frac{4b_1^2}{1+q+q^2} = \frac{48}{7} \Rightarrow q = \frac{a}{b}, b_1 = c \text{ болно. Иймээс}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n^2 = \frac{b_1^2}{1-q^2} = \frac{de}{f} \text{ байна.}$$

Бодолт: Төгсгөлгүй буурах геометр прогрессийн бүх гишүүдийн нийлбэр нь

$S = \frac{b_1}{1-q}$ байдаг. Геометр прогрессийн кубууд нь мөн геометр прогресс болно.

Нийлбэрийн томъёогоор $\frac{b_1}{1-q} = 4$, $\frac{b_1^3}{1-q^3} = \frac{192}{7}$ байна.

$$\frac{b_1^3}{1-q^3} = \frac{b_1^3}{(1-q)(1+q+q^2)} = \frac{b_1}{1-q} \times \frac{b_1^2}{1+q+q^2} = \frac{4b_1^2}{1+q+q^2} = \frac{192}{7} \text{ тул}$$

$$\begin{cases} \frac{b_1}{1-q} = 4 \\ \frac{4b_1^2}{1+q+q^2} = \frac{192}{7} \end{cases} \Rightarrow \frac{b_1}{1-q} = 4 \Rightarrow b_1 = 4(1-q) \Rightarrow \frac{4b_1^2}{1+q+q^2} = \frac{48}{7}$$

$$\frac{(4-4q)^2}{1+q+q^2} = \frac{48}{7}$$

$$7(4-4q)^2 = 48(1+q+q^2)$$

$$4q^2 - 17q + 4 = 0 \text{ эндээс } q = 4, q = \frac{1}{4} \text{ гарна. Бодлого төгсгөлгүй буурах геометр}$$

прогресс гэсэн учир $q = \frac{1}{4}$ -ийг сонгоно.

$$b_1 = 4\left(1 - \frac{1}{4}\right) = 3 \text{ болно. Иймээс}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n^2 = \frac{b_1^2}{1-q^2} = \frac{3^2}{1-\left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{48}{5} \text{ байна.}$$

Хариу: $a=1$

$b=4$

$c=3$

$de=48$

$f=5$